Quaderno di Scuola 1963

VITTORIO GIUDICE

CIGNO BELLA COPIA

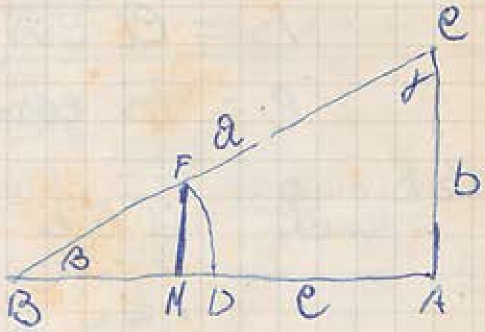
RELAZIONI-FRA GLI-ELEMENI DI UNU TRIANGOLO

X

TRIANGOLO RETTANGOLO

Teorema Fondamentale

In un triangolo un cateto è uguale al prodotto dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto al cateto considerato, ovvero è uguale al prodotto dell'ipotenusa per il coseno dell'angolo acuto adiacente al cateto considerato



$b = a \times \operatorname{sen} \beta$

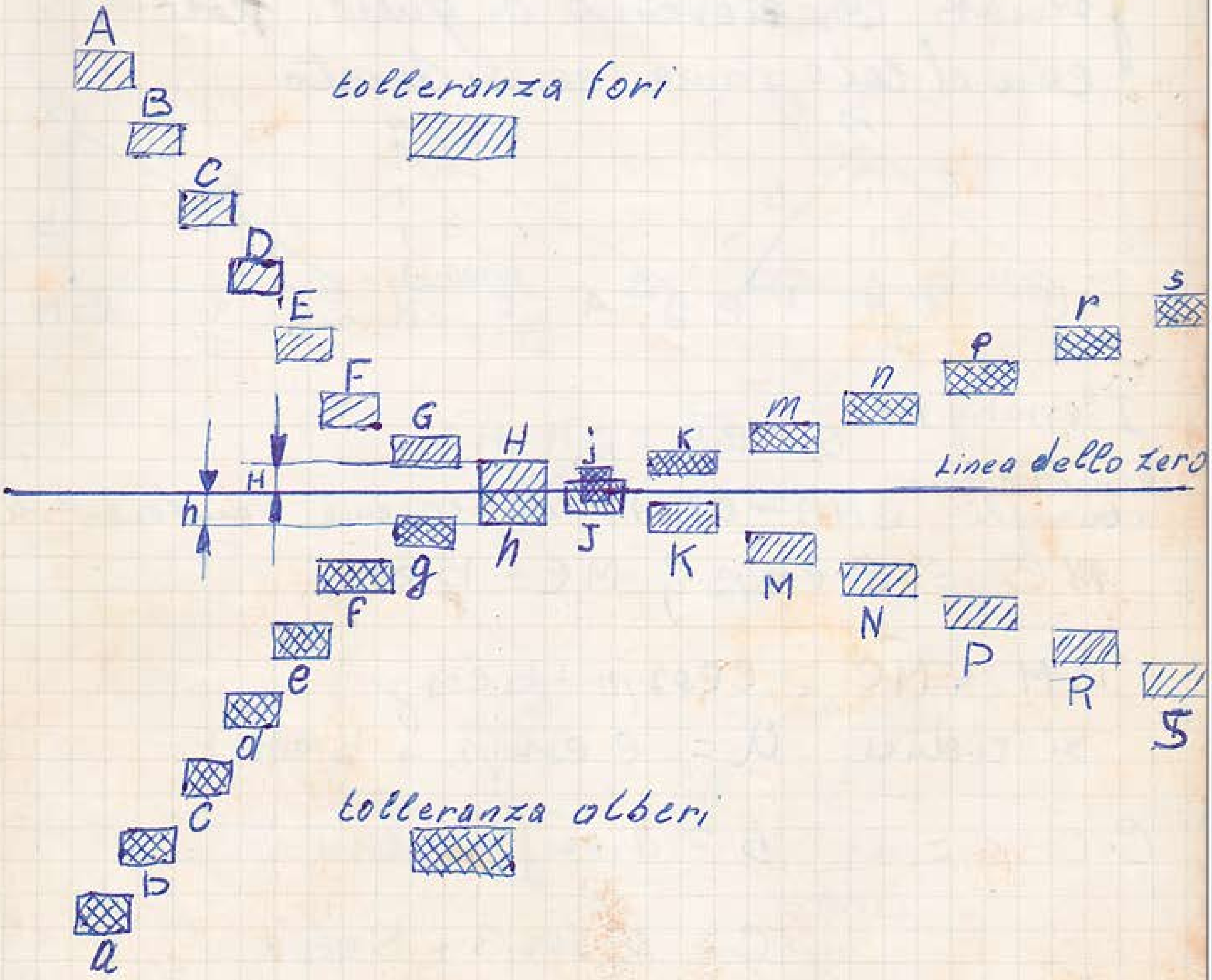
$b = a \times \cos \gamma$

Proporzione-triangoli simili

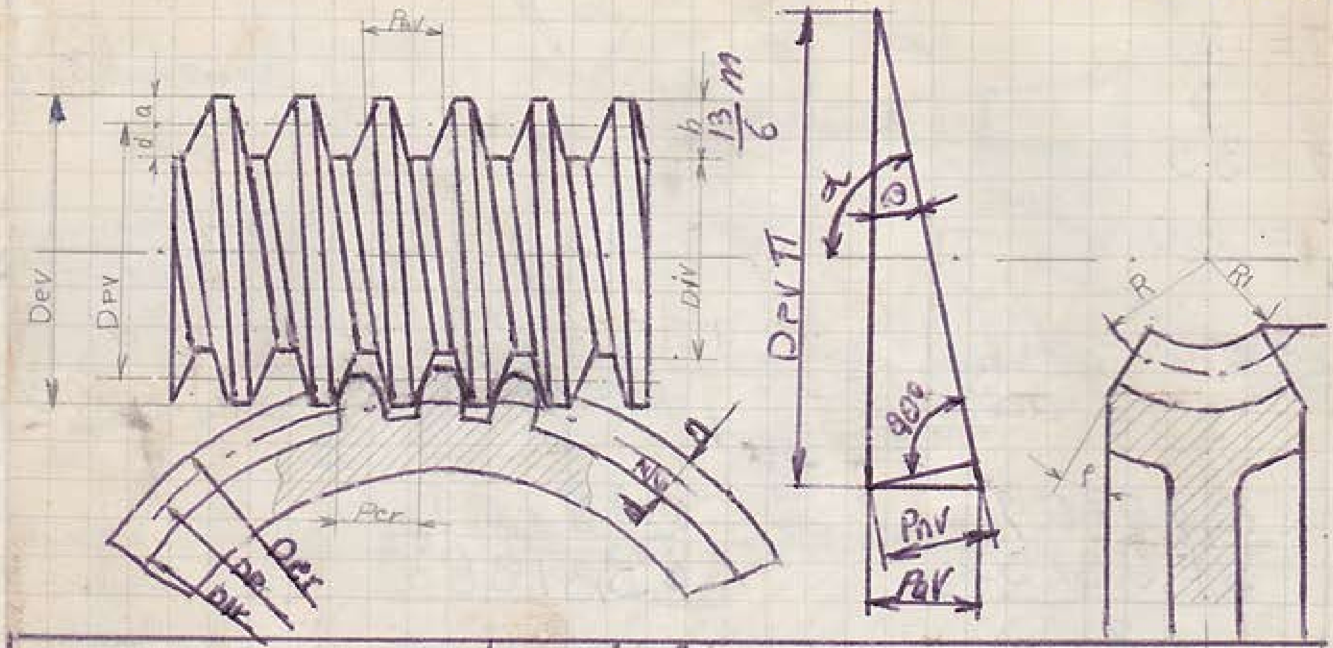
$\overline{AC} : \overline{ME} = \overline{BC} : \overline{BF}$

$\overline{AC} = b;\ \overline{ME} = \operatorname{sen} \beta;\ \overline{BC} = a;\ BF = 1$

Posizione delle Tolleranze ISA di un foro e di un albero di qualità e dimenzione nominale generica



Calcolo vite senza fine Ruota elicoidale

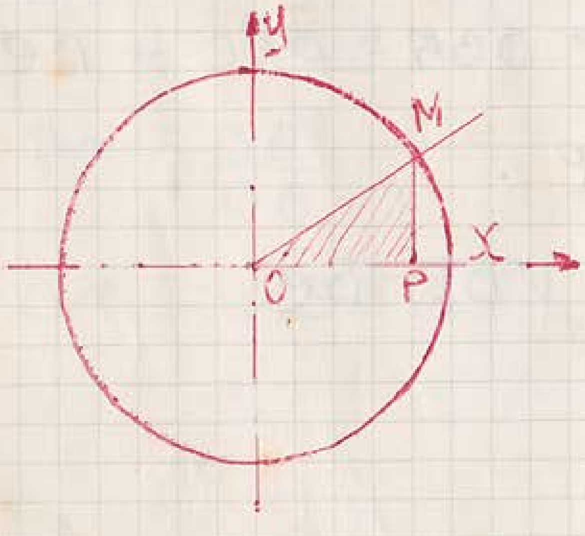


INCOGNITE	SIMBOLI Ruota	SIMBOLI Vite	Ruota	Vite
Modulo Normale	Mn	Mn	$Mn = \frac{Pn}{\pi} = Ma \cdot \cos\beta$	
Passo normale	Pn	Pn	$Pn = Mn \cdot \pi$	
Passo apparente ruota	Par		$Par = Ma \cdot \pi = Pn : \cos\beta$	
Modulo apparente	Ma	Ma	$Ma = \frac{Dpr}{z} = \frac{Mn}{\cos\beta} = \frac{Par}{\pi}$	
Passo assiale vite		Pav		$Pav = Par$
inclinazione dente e filetto	α	β	$\sin\beta = \frac{Mn\,i}{Dpv}$; $tg\beta = \frac{Pev}{Dpv\,\pi}$	$\beta = 90° - \alpha$
angolo pressione apparente	θa	θa	$tg\theta a = \frac{tg\theta n}{\cos\beta}$	
Passo elica vite		Pev		$Pev = Pav \cdot i$
Numero denti ruota	Z		$Z = \frac{Dpr}{Ma}$	
diametro primitivo	Dpr	Dpv	$Dpr = Ma \cdot Z$	$8 \div 10\ M$
diametro esterno	Der	Dev	$Der = Dpr + 2a$	$Dev = Dpv + 2a$
diametro interno	Dir	Div	$Dir = Der - 2h$	$Div = Dev - 2h$
Raggio golanella ruota	R		$R = \frac{Dpv}{2} = Dpv : 2$	
Raggio di tornitura	R_1		$R_1 = R - a$	
Diametro vertice ruota	D		$D = Der + 2(R-a)(1-\cos\rho)$	
Lunghezza minima vite		L	$L = \sqrt{Der^2 - (Der-4a)^2} + 2Pav$	
l'altezza	h	h	$h = \frac{13}{6} Mn = 2{,}166 \cdot Mn$	

Trigonometria

Definizione di circonferenza trigonometrica

Si definisce circonferenza trigonometrica una circonferenza di raggio unitario il centro della quale sia l'origine di un sistema a due assi cartesiani ortogonali. Questi assi vanno sotto il nome, l'uno delle ascisse o delle x, su di esso si rappresentano graficamente i valori dei coseni, e le loro funzioni; Sull'altro asse chiamato delle y o delle ordinate, si rappresentano i valori dei seni e le loro funzioni



$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\overline{MP}}{\overline{OM}}$$

$$\overline{MP} = \operatorname{sen}\alpha \cdot \overline{OM}$$

$$\overline{OM} = \frac{\overline{MP}}{\operatorname{sen}\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{\overline{OP}}{\overline{OM}}$$

$$\overline{OP} = \cos\alpha \cdot \overline{OM}$$

$$\overline{OM} = \frac{\overline{OP}}{\cos\alpha}$$

Formule di Addizione e Sottrazione Trigonometriche

$$sen(\alpha+\beta) = sen\alpha \cdot cos\beta + cos\alpha \cdot sen\beta$$

$$sen(\alpha-\beta) = sen\alpha \cdot cos\beta - cos\alpha \cdot sen\beta$$

$$cos(\alpha+\beta) = cos\alpha \cdot cos\beta - sen\alpha \cdot sen\beta$$

$$cos(\alpha-\beta) = cos\alpha \cdot cos\beta + sen\alpha \cdot sen\beta$$

$$tng(\alpha+\beta) = \frac{tng\alpha + tng\beta}{1 - tng\alpha \times tng\beta}$$

$$tng(\alpha-\beta) = \frac{tng\alpha - tng\beta}{1 + tng\alpha \times tng\beta}$$

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} - x\right) : \left(2 + \frac{3}{2} - \frac{8}{3}\right) = x : \left(\frac{5}{8} - 4\right)$$

si applica la proprietà del permutondolo

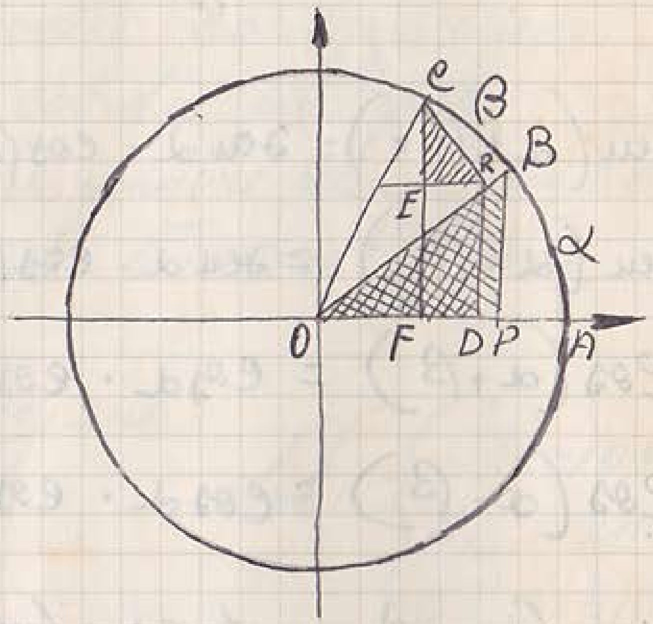
$$\left(\frac{9-8}{12} - x\right) : x = \left(\frac{12+9-16}{6}\right) : \left(-\frac{27}{8}\right)$$

$$\left(\frac{1}{12} \cancel{-x} \cancel{+x}\right) : x = \frac{5}{6} + \left(-\frac{27}{8}\right) : \left(-\frac{27}{8}\right)$$

$$\frac{1}{12} : x = -\frac{122}{48} : -\frac{27}{8}$$

$$x = \frac{\frac{1}{\cancel{12}} \times -\frac{\cancel{27}^{9}}{\cancel{8}}}{-\frac{122}{48}} = -\frac{9}{\frac{32}{2}} \times -\frac{\cancel{48}^{3}}{122} = +\frac{27}{244}$$

CER
BPO triangoli simili



1) $\overline{BP} : \overline{OB} = \overline{ER} : \overline{CR}$

2) $\overline{OP} : \overline{BO} = \overline{EC} : \overline{CR}$

sostituzione

1) $\operatorname{sen}\alpha : 1 = ER : \operatorname{sen}\beta$

2) $\cos\alpha : 1 = EC : \operatorname{sen}\beta$

$ER = \operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta$

$CE = \cos\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta$

$O\hat{A}B = \alpha$

$OBC = \beta$

$O\hat{P}B \rightarrow$ $BP = \operatorname{sen}\alpha$

$OP = \cos\alpha$

$O\hat{B}C \rightarrow$ $CR = \operatorname{sen}\beta$

$OR = \cos\beta$

$\left.\begin{matrix} OPB \\ ODR \end{matrix}\right\}$ simili $\rightarrow$ $BP : OB = DR : OR$

$\rightarrow$ $OP : OB = OD : OR$

$\operatorname{sen}\alpha : 1 = DR : \cos\beta$

$\cos\alpha : 1 = OD : \cos\beta$

$DR = \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\beta$

$OD = \cos\alpha \cdot \cos\beta$

ESPRESSIONE CON IL RISULTATO - TI AMO
CREATA da VITTORIO GIUDICE

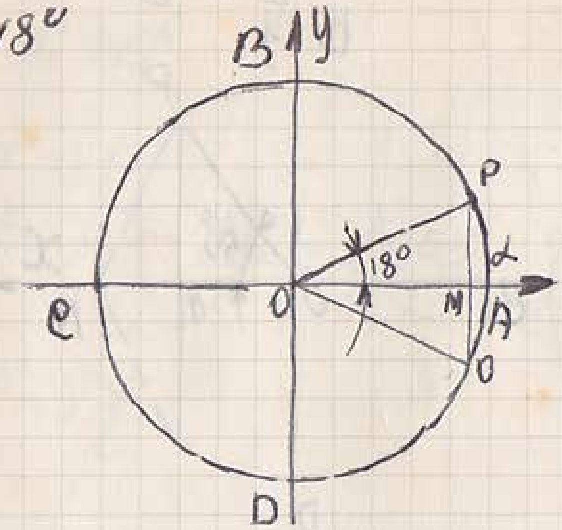
$$\frac{Ti}{4} = \left\{ \left(a+m \right)^2 - \left(a-m \right)^2 \right\} o$$

$$\frac{Ti}{4} = \left\{ a^2+m^2+2am \cdot \left(a^2+m^2-2am \right) \right\} o$$

$$\frac{Ti}{4} = \left\{ \cancel{a^2}+\cancel{m^2}+2am-\cancel{a^2}-\cancel{m^2}+2am \right) o$$

$$\frac{Ti}{\cancel{4}} = \cancel{4}amo$$

Arco di 18°



$$\overline{PQ} = \overline{OP} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\overline{OP} = 1$$

$$PQ = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\text{sen}\, 18^0 = \overline{MP} = \frac{\overline{PQ}}{2}$$

$$\text{sen}\, 18^0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

$$\cos 18^0 = \sqrt{1-\text{sen}^2 18^0} = \sqrt{1-\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{16}} = \sqrt{1-\frac{5+1-2\sqrt{5}}{16}} =$$

$$= \sqrt{\frac{16-5-1+2\sqrt{5}}{16}} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$$

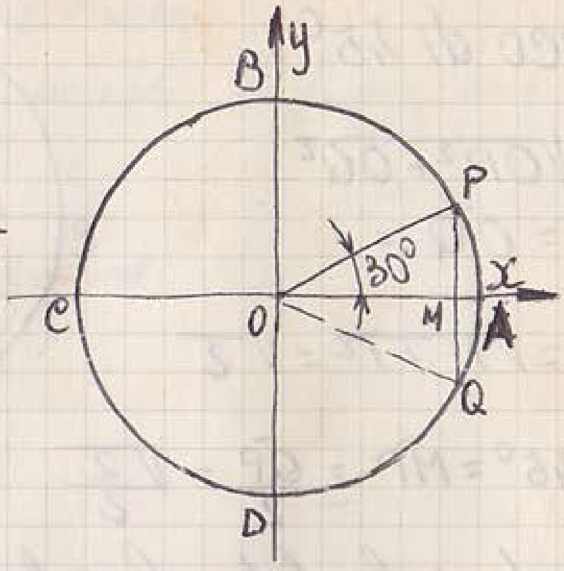
$$\text{tg}\, 18^0 = \frac{\text{sen}\, 18^0}{\cos 18^0} = \frac{\frac{\sqrt{5}-1}{\cancel{4}}}{\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\cancel{4}}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}$$

Arco di 30°

$\overline{PQ} = \overline{OP} = 1$

$sen\ 30° = \overline{MP} = \frac{\overline{PQ}}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$cos\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$



$cos\ 30° = \sqrt{1 - sen^2 30} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

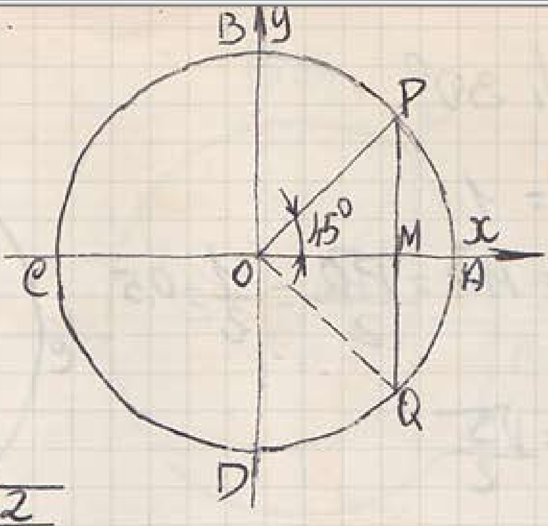
$tng\ 30° = \frac{sen\ 30°}{cos\ 30} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$cotg\ 30° = \frac{1}{tng\ 30°} = \sqrt{3}$

$sec = \frac{1}{cos\ 30°} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3}$

$cosec = \frac{1}{sen\ 30°} = \frac{1}{sen\ 30°} = 2$

Arco di 45°



$\overline{PQ} = \sqrt{\overline{OP}^2 + \overline{OQ}^2}$

$\overline{OP} = \overline{OQ} = 1$

$\overline{QP} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\text{sen}\,45^\circ = \overline{MP} = \frac{\overline{QP}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Avendo calcolato il valore del seno si ottengono subito i valori delle rimanenti funzioni

$\cos 45^\circ =$

$$\cos 45^\circ = \sqrt{1 - \text{sen}^2 45} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \text{sen}\,45^\circ$$

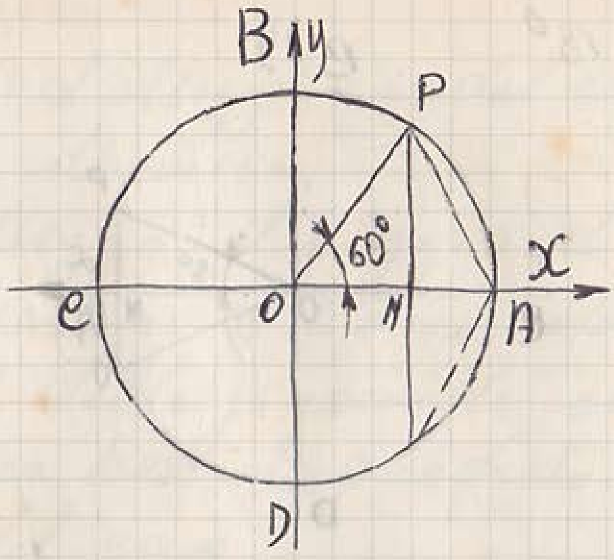
$$\text{tng}\,45^\circ = \frac{\text{sen}\,45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

$$\text{cotang}\,45^\circ = \frac{1}{\text{tng}\,45^\circ} = 1$$

$$\sec 45^\circ = \frac{1}{\cos 45^\circ} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\text{cosec} = \frac{1}{\cos 45^\circ} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Arco di 60°



$\bar{OM} = \frac{1}{2}\bar{OA} = \frac{1}{2} 1 = \frac{1}{2}$

$\bar{OM} = \cos 60°$

$\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\operatorname{sen} 60° = \sqrt{1-\cos^2 60°} \sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\operatorname{tng} 60° = \frac{\operatorname{sen} 60°}{\cos 60°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

$\operatorname{cotg} 60° = \frac{1}{\operatorname{tng} 60°} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\sec = \frac{1}{\cos 60°} = 2$

$\operatorname{cosec} = \frac{1}{\operatorname{sen} 60°} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Relazioni fra gli elementi di un triangolo Qualunque:

Sappiamo che gli elementi di un triangolo qualunque sono 6, cioè i 3 lati A, B, C, e i 3 angoli α, β, γ.

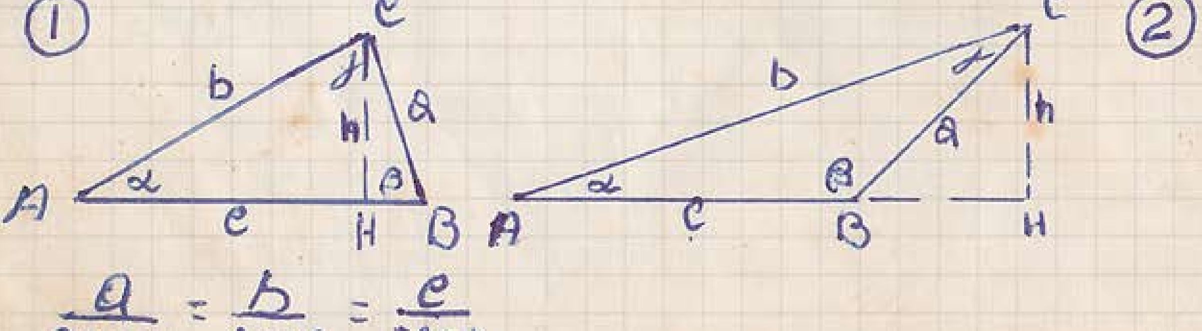
Dalla geometria sappiamo che tra i lati di un triangolo qualunque sussiste la seguente propietà:

In un triangolo ogni lato e minore della somma degli altri due ed e maggiore della loro differenza. Inoltre la propietà caratteristica del triangolo è data dalla relazione angolare: $\{ \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Vale a dire la somma degli angoli di un triangolo e costante ed uguale a 180° e cioè a due angoli retti

Teorema dei seni

I lati di un triangolo sono proporzionali ai seni degli angoli opposti



$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma}$$

Sia ABC un triangolo qualunque; dal vertice C X
si conduca l'altezza CH, la cui misura sia h.
Il punto H cadrà fra A e B, oppure sul prolungamento
di $\overline{AB}$ secondo che i due angoli α e β sono entrambi
acuti, oppure uno di essi è ottuso. Dai due triangoli
BCH e HCA fig. 1 si deduce:

$$\begin{cases} h = a \cdot \operatorname{sen}\beta \,;\; h = b \times \operatorname{sen}\alpha \end{cases}$$

ove α e β sono diversi da zero° e da 180°. Dalle due relazioni si ricava;

$$a \cdot \operatorname{sen}\beta = b \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

dividendo i due membri di questa eguaglianza per ($\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta$) e semplificando
si ottiene:

$$\frac{a \cdot \cancel{\operatorname{sen}\beta}}{\operatorname{sen}\alpha \cancel{\operatorname{sen}\beta}} = \frac{b \times \cancel{\operatorname{sen}\alpha}}{\cancel{\operatorname{sen}\alpha} \operatorname{sen}\beta} = \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} \quad (1)$$

Se l'angolo β è ottuso il punto H cadrà sul prolungamento
di $\overline{AB}$ fig. 2 allora dai due triangoli BHC e ACH si deduce;
$h = a \cdot \operatorname{sen}(180° - \beta) = a \cdot \operatorname{sen}\beta$; $a \cdot \operatorname{sen}\beta = b \cdot \operatorname{sen}\alpha$ quindi:
$h = b \cdot \operatorname{sen}\alpha$, Ciò che abbiamo già trovato. Si fa lo stesso
ragionamento se è ottuso l'angolo α. Se si conduce
dal vertice A l'altezza relativa al lato $\overline{BC}$ con analogo ragionamento si ricava

$$\frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma} \quad (2)$$

Dalle relazioni (1) (2) si deduce

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma}$$

; che ci dimostra il Teorema dei seni

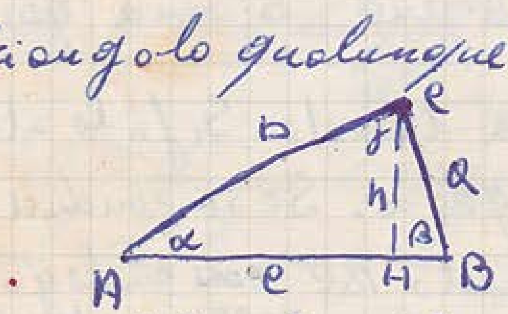
Osservazione della proprietà caratteristica degli angoli di un triangolo e dal teorema dei seni

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$ $\quad \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta}$; $\frac{c}{\operatorname{sen}\gamma} = \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}$

Queste tre relazioni distinte contengono tutti gli elementi del triangolo e formano un sistema che ci permette di trovare 3 elementi quando sono dati gli altri tre, di cui uno almeno sia un lato, si possono stabilire altre relazioni tra gli elementi di un triangolo, ma tutte sono conseguenze delle precedenti; Tuttavia sono importanti per le applicazioni a cui esse danno luogo e per la risoluzione dei problemi.

Esempio Teorema dei seni

Triangolo qualunque



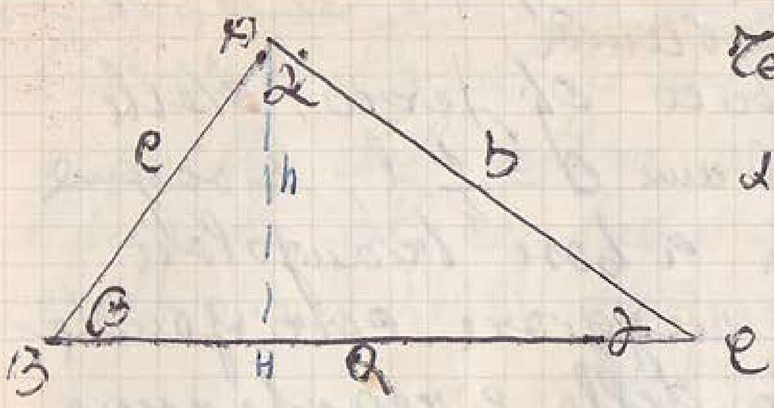
dati $\alpha = 63°40'$; $\beta = 45°20'$
$b = 25$ cm

Trovare γ; $\overline{AB}$; $\overline{CB}$

$\gamma = 180° - (\alpha+\beta) = 71°$

$$a = \frac{b \cdot \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{25 \cdot 0,89633}{0,71121} = 25,4 \text{ cm}$$

$$c = \frac{a \cdot \operatorname{sen}\gamma}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{25,4 \cdot 0,94552}{0,71121} = 33,7 \text{ cm}$$



Teorema dei seni

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\,\beta} = \frac{c}{\text{sen}\,\gamma}$$

$$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\,\beta} \; ; \quad b = \frac{a \times \text{sen}\,\beta}{\text{sen}\,\alpha} \; ; \quad a = \frac{b \times \text{sen}\,\alpha}{\text{sen}\,\beta}$$

$$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{c}{\text{sen}\,\gamma} \; ; \quad a = \frac{c \cdot \text{sen}\,\alpha}{\text{sen}\,\gamma} \; ; \quad c = \frac{a \times \text{sen}\,\gamma}{\text{sen}\,\alpha}$$

$$\frac{b}{\text{sen}\,\beta} = \frac{c}{\text{sen}\,\gamma} \; ; \quad b = \frac{c \cdot \text{sen}\,\beta}{\text{sen}\,\gamma} \; ; \quad c = \frac{b \cdot \text{sen}\,\gamma}{\beta}$$

$h = c \cdot \text{sen}\,\beta$

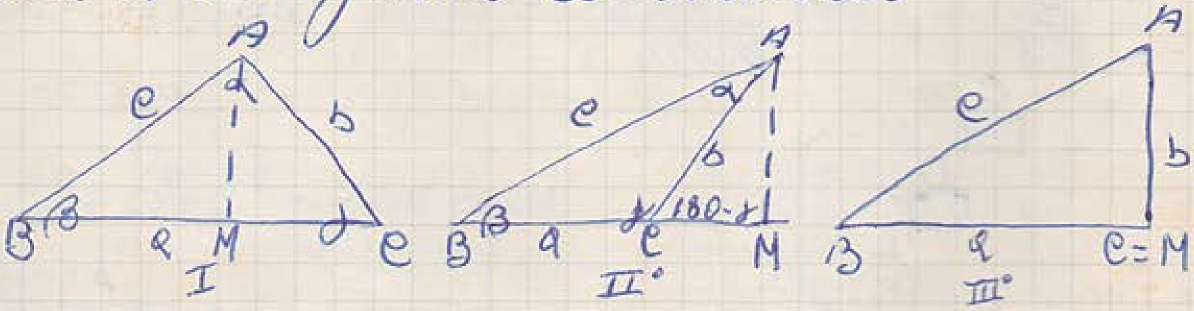
$h = b \cdot \text{sen}\,\gamma$

$$\frac{c \cdot \cancel{\text{sen}\,\beta}}{\text{sen}\,\gamma \cdot \cancel{\text{sen}\,\beta}} = \frac{b \cdot \cancel{\text{sen}\,\gamma}}{\cancel{\text{sen}\,\gamma} \cdot \text{sen}\,\beta}$$; si dividono per uno stesso numero ($\text{sen}\,\gamma \cdot \text{sen}\,\beta$)

$$\frac{c}{\text{sen}\,\gamma} = \frac{b}{\text{sen}\,\beta}$$

teorema delle Proiezioni

In un triangolo qualunque un lato è uguale alla somma dei prodotti degli altri lati per i coseni degli angoli formati da ciascuno di questi lati con il lato prima considerato



I° caso Fig. 1 $a = \overline{BC} = \overline{BM} + \overline{MC}$

consideriamo i triangoli BMA—CMA del teorema Fondamentale

$MB = c \cdot \cos\beta$; $MC = b\cos\gamma$

$\overline{BM} + \overline{MC} = c\cos\beta + b\cos\gamma$

si riduce $a = c\cos\beta + b\cos\gamma$

$c \cdot \cos\beta = \dfrac{a}{b\cos\gamma}$ $b = a \cdot \cos\gamma + c\cos\alpha$

$c = a \cdot \cos\beta + b\cos a$

$$CF = \text{sen}(\alpha+\beta) = C\bar{I} + RD$$

$$CF = \text{sen}(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \text{sen}\,\beta + \text{sen}\,\alpha \cdot \cos\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \bar{OF} = \bar{OD} = ER$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \text{sen}\,\alpha \cdot \text{sen}\,\beta$$

Tangente e cotangente

$$\text{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \text{sen}\,\beta}{\cos\alpha \cdot \cos\beta - \text{sen}\,\alpha \cdot \text{sen}\,\beta}$$

si applica la proprietà ~~del~~ invariantiva delle proporzioni (si dividono tutti i termini per $(\cos\alpha \cos\beta)$

$$\text{tang}(\alpha+\beta) = \frac{\dfrac{\text{sen}\,\alpha \cdot \cancel{\cos\beta}}{\cos\alpha \cdot \cancel{\cos\beta}} + \dfrac{\cancel{\cos\alpha} \cdot \text{sen}\,\beta}{\cancel{\cos\alpha} \cdot \cos\beta}}{\dfrac{\cancel{\cos\alpha} \cdot \cancel{\cos\beta}}{\cancel{\cos\alpha} \cdot \cancel{\cos\beta}} - \dfrac{\text{sen}\,\alpha \cdot \text{sen}\,\beta}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}}$$

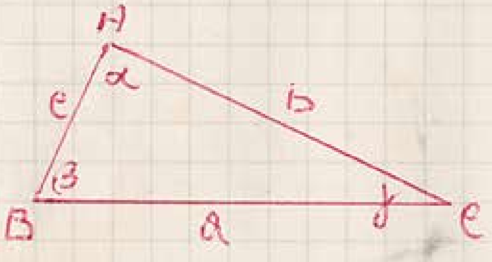
$$\text{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} + \dfrac{\text{sen}\,\beta}{\cos\beta}}{1 - \dfrac{\text{sen}\,\alpha \cdot \text{sen}\,\beta}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}}$$

$$\frac{\text{sen}}{\cos} = \text{tg}$$

$$\text{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\text{tg}\,\alpha + \text{tg}\,\beta}{1 - \text{tg}\,\alpha \cdot \text{tg}\,\beta}$$

Per la risoluzione di un triangolo rettangolo occorre che incorriamo sempre in uno dei (4) casi X

1)° Sia dato un cateto (b) 36, e l'angolo γ 30°



trovare β; a; c;

$\beta = \alpha - \gamma = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

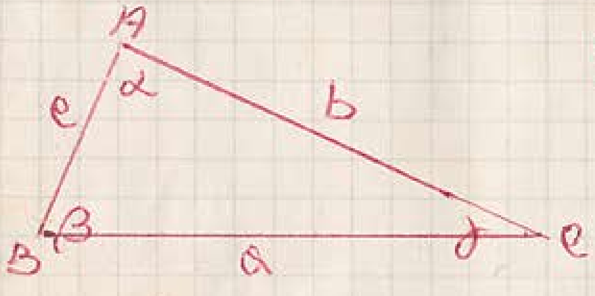
$b = a \cdot \sin\beta$

$a = \dfrac{b}{\sin\beta}$

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

Un cateto è uguale all'ipotenusa per il seno dell'angolo ad esso opposto

II)° Sia dato l'ipotenusa e un cateto



trovare c; β; γ;

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$b = a \cdot \sin\beta$

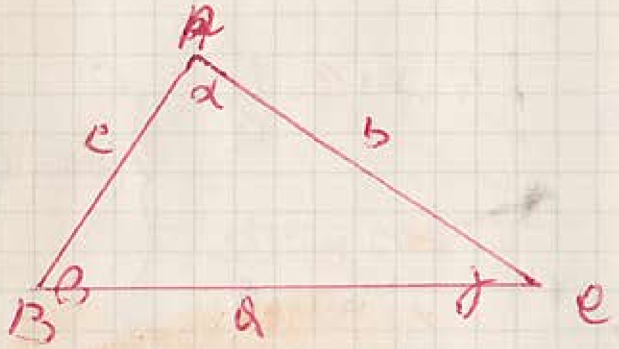
$\sin\beta = \dfrac{b}{a}$

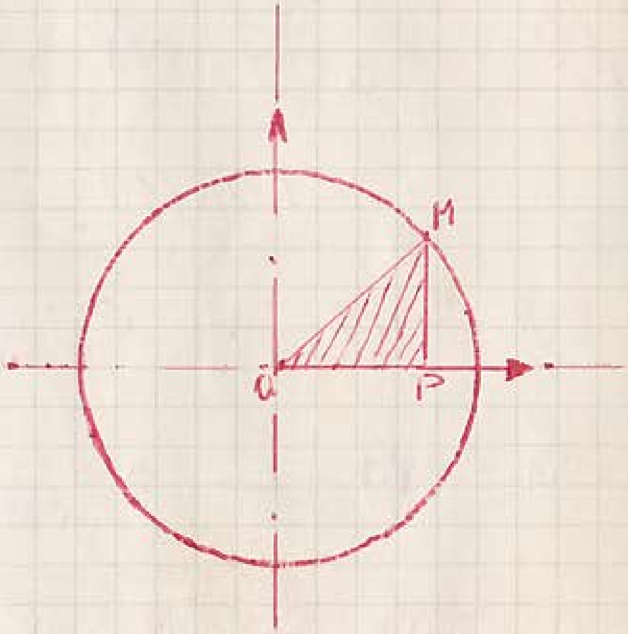
$\gamma = \alpha - \beta$

$$tng\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} = \frac{\frac{MP}{OM}}{\frac{OP}{OM}} = \frac{MP}{\cancel{OM}} \cdot \frac{\cancel{OM}}{OP} = \frac{MP}{OP}$$

X

$$tng\,\alpha = \frac{MP}{OP} = \frac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha}$$





Regole

Un cateto e uguale a l'altro cateto per la tng. dell'angolo ad esso opposto

Oppure! Un cateto e uguale a l'altro cateto per la ~~tn~~ cotang. dell'angolo ad esso compresso

$b = c \cdot tng\,B$

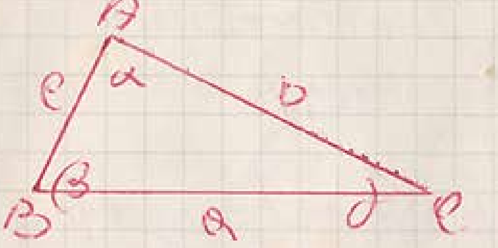
$b = c \cdot cotang\,\gamma$

$c = b \cdot tng\,\beta$

$c = b \cdot cotang\,B$

1 2 3 - 14 5 ~~b b~~ 5 6
8 9 10
2 2 2 2

IV)° Sia dato l'ipotenusa e l'angolo β



trovare $c; b; \gamma;$

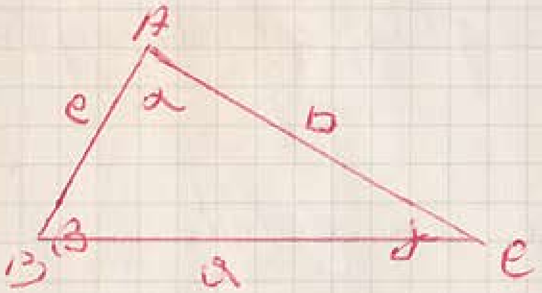
$\gamma = \alpha - \beta$

$b = a \cdot sen\beta$

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$c = a \cdot sen\gamma$

V)° Siano dati i due cateti $c; b$



trovare $a; \beta; \gamma;$

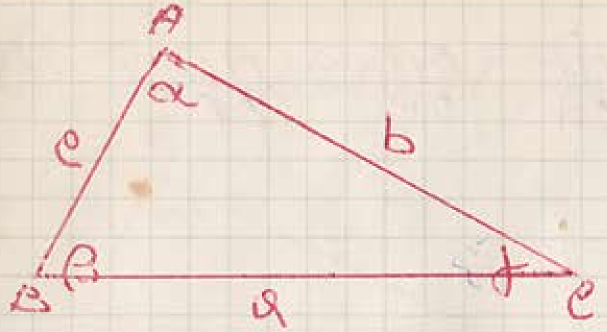
$b = c \cdot tng\beta$

$c = \dfrac{b}{tng\beta}$

$tng\beta = \dfrac{b}{c}$

$\gamma = \alpha - \beta$

$b = a \cdot sen\beta \longrightarrow a = \dfrac{b}{sen\beta}$



FORMULE

$$b = a \cdot \operatorname{sen}\beta \rightarrow a = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} \; ; \; \operatorname{sen}\beta = \frac{b}{a}$$

$$b = a \cdot \cos\gamma \rightarrow a = \frac{b}{\cos\gamma} \; ; \; \cos\gamma = \frac{b}{a}$$

$$\left\{ \operatorname{sen}\beta = \cos\gamma \right.$$

$$c = a \cdot \operatorname{sen}\gamma \rightarrow a = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma} \; ; \; \operatorname{sen}\gamma = \frac{c}{a}$$

$$c = a \cos\beta \rightarrow a = \frac{c}{\cos\beta} \; ; \; \cos\beta = \frac{c}{a}$$

$$\left\{ \operatorname{sen}\gamma = \cos\beta \right.$$

$$b = c \cdot \operatorname{tng}\beta \rightarrow c = \frac{b}{\operatorname{tng}\beta} \; ; \; \operatorname{tng}\beta = \frac{b}{c}$$

$$b = c \cdot \operatorname{cotg}\gamma \rightarrow c = \frac{b}{\operatorname{cotg}\gamma} \; ; \; \operatorname{cotg}\gamma = \frac{b}{c}$$

$$\left\{ \operatorname{tng}\beta = \operatorname{cotg}\gamma \right.$$

$$c = b \cdot \operatorname{cotg}\beta \rightarrow b = \frac{c}{\operatorname{cotg}\beta} \; ; \; \operatorname{cotg}\beta = \frac{c}{b}$$

$$c = b \cdot \operatorname{tng}\gamma \rightarrow b = \frac{c}{\operatorname{tng}\gamma} \; ; \; \operatorname{tng}\gamma = \frac{c}{b}$$

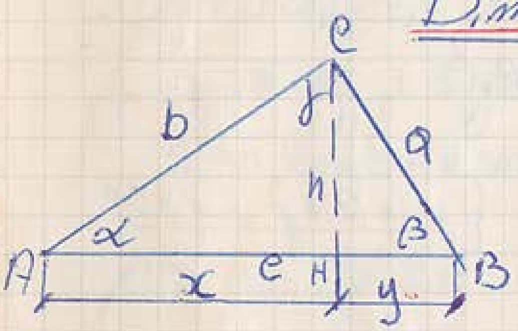
$$\left\{ \operatorname{cotg}\beta = \operatorname{tng}\gamma \right.$$

Identicamente si possono ottenere altre due formule per i lati b, c. Si ha quindi il sistema:

$$\left.\begin{aligned} a &= b\cdot\cos\gamma + c\cdot\cos\beta \\ b &= a\times\cos\gamma + c\cdot\cos\alpha \\ c &= a\times\cos\beta + b\cdot\cos\alpha \end{aligned}\right\}$$

FORMULE dimostrate del teorema delle Proiezioni

Dimostrazione Geometrica



Indichiamo con x e y i valori assoluti delle misure di AH HB se gli angoli α, β, γ sono acuti

$$x = b\cdot\cos\alpha$$
$$y = a\cdot\cos\beta$$

Sommando membro a membro e osservando vediamo che

$$x + y = c = b\cdot\cos\alpha + a\cdot\cos\beta$$

Se l'angolo β è ottuso, si ha

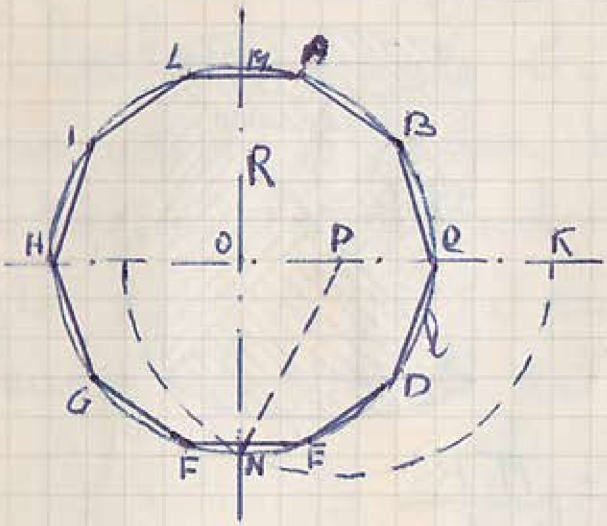
$$x = b\cdot\cos\alpha$$
$$y = a\cdot\cos(180-\beta) = a\times\cos\beta$$

avremo $x - y = c$ si a l'identica formula

$$a = b\cdot\cos\gamma + c\cdot\cos\beta$$
$$b = a\cos\gamma + c\cos\alpha$$
$$c = b\cdot\cos\alpha + a\cdot\cos\beta$$

NB I due segmenti le cui misure son x e y sono le proiezioni dei lati AC, CB sul terzo lato AB

Rimane così giustificato la denominazione Teorema Proiezioni



$PN = \sqrt{ON^2 + OP^2} = \sqrt{ON^2 + \left(\frac{OC}{2}\right)^2}$

sapendo che;

$ON = OC = R$ avremo

$PN = \sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \frac{R^2}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4} \cdot R^2} = R \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} =$

$= R \cdot \frac{2,236}{2} = R \cdot 1,118$

Sapendo che

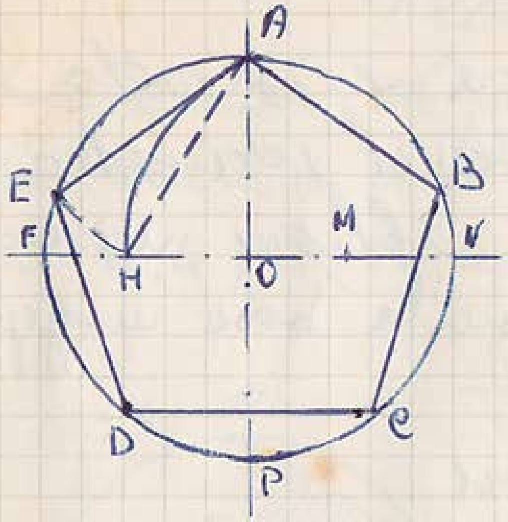
$PN = PK \quad CK = PK - PC = PK - \frac{OC}{2} = l_{10}$

$l_{10} = PK - PC = R \cdot 1,118 - \frac{R}{2}$ da questa

$l_{10} = R \cdot \left(1,118 - \frac{1}{2}\right) = R \cdot \frac{2,236 - 1}{2}$

$l_{10} = R \cdot \frac{1,236}{2} = R \cdot 0,618 = l_{10}$

$l = \overline{CK} = r \cdot 1,118 - \frac{r}{2} = 1$



$\bar{AH} = \sqrt{AO^2 + OH^2}$

$\bar{OA} = R$

$\bar{AH} = EA = l_5$

$OH = l_{10}$

avremo

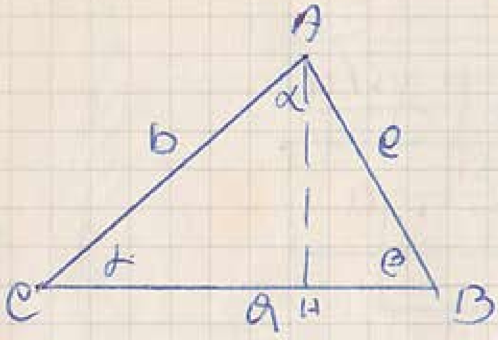
$l_5 = \sqrt{R^2 + (0,618 \cdot R)^2} = \sqrt{R^2 + 0,3819 \cdot R^2} =$

$l_5 = \sqrt{R^2 + (1 + 03819)} = \sqrt{R^2 + 1,3819} =$

$l_5 = R \cdot 1,175$

$R = \dfrac{l_5}{1,175}$

Teorema Carnot



si moltiplicano le 3 formule per (+a) (-b) (-c) a seconda di quello che si vuole trovare

$$a = b\cos\gamma + c\cos\beta \longrightarrow \times(+a) \quad a^2 = \cancel{ab\cos\gamma} + \cancel{ac\cos\beta}$$

$$b = a\cos\gamma + c\cos\alpha \longrightarrow \times(-b) = -b^2 = -\cancel{ba\cos\gamma} - bc\cos\alpha =$$

$$c = a\cos\beta + b\cos\alpha \longrightarrow \times(-c) \quad -c = -\cancel{ac\cos\beta} - bc\cos\alpha$$

$$= a^2 - b^2 - c^2 = -2bc\cos\alpha \quad ; \quad a = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$a = b\cos\gamma + c\cos\beta \longrightarrow (-a) \quad -a^2 = -ab\cos\gamma - ac\cos\beta$$

$$b = a\cos\gamma + c\cos\alpha \longrightarrow (+b) = \quad b^2 = ab\cos\gamma + bc\cos\alpha =$$

$$c = a\cos\beta + b\cos\alpha \longrightarrow (-c) \quad -c^2 = -ac\cos\beta - bc\cos\alpha$$

$$-a^2 + b^2 - c = 2ac\cos\beta \quad ; \quad b = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos\beta$$

$$a = b\cos\gamma + c\cos\beta \times(-a) \quad -a^2 = -ab\cos\gamma - \cancel{ac\cos\beta}$$

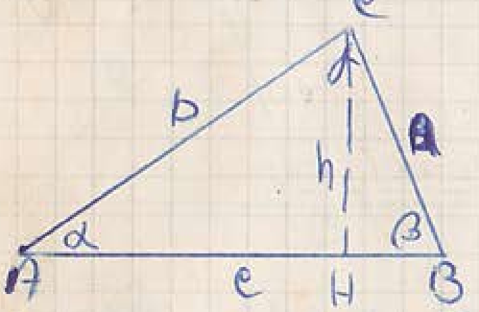
$$b = \cos\gamma + c\cos\alpha \times(-b) \quad -b^2 = -ab\cos\gamma - \cancel{bc\cos\alpha}$$

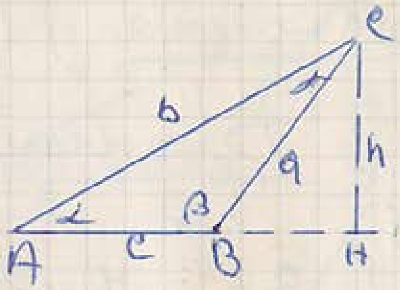
$$c = a\cos\beta + b\cos\alpha \times(+c) \quad c^2 = \cancel{ac\cos\beta} + \cancel{bc\cos\alpha}$$

$$-a^2 - b^2 + c^2 = -2ab\cos\gamma \quad ; \quad c = b^2 + a^2 - 2ba\cdot\cos\gamma$$

TEOREMA delle Proiezioni

Ogni lato di un triangolo è uguale alla somma dei prodotti di ciascuno degli altri due lati per il coseno dell'angolo che essi formano col primo lato





Dalle relazione $\{\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

si ricava $\{\alpha = 180^\circ - (\gamma+\beta)$

perciò $\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen}[180^\circ-(\gamma+\beta)] = \operatorname{sen}(\gamma+\beta)$

ossia $\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen}\beta\cos\gamma + \cos\beta\operatorname{sen}\gamma$

dividendo i due membri di questa uguaglianza per sen α

$$1 = \frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha}\cdot\cos\gamma + \frac{\operatorname{sen}\gamma}{\operatorname{sen}\alpha}\cdot\cos\beta$$

ma $\frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha}=\frac{b}{a}$; $\frac{\operatorname{sen}\gamma}{\operatorname{sen}\alpha}=\frac{c}{a}$ → si ricava dal teorema dei seni

perciò si ha $1 = \frac{b}{a}\cdot\cos\gamma + \frac{c}{a}\cdot\cos\beta$

$$a = b\cdot\cos\gamma + c\times\cos\beta$$

Relazione che sussiste fra i tre lati e due angoli del triangolo

Teorema di Carnot o del Coseno

Il quadrato di un lato è uguale alla somma degli altri due lati diminuito del doppio prodotto di questi due lati per il coseno dell'angolo da essi compreso

fig 1

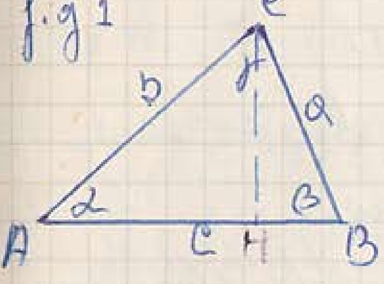
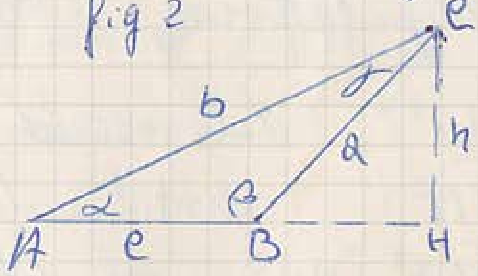


fig 2



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times \cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b - 2ab\cdot\cos\gamma$$

Moltiplicando le tre formule date dal teorema delle proiezioni per a, b, c, si ottiene

$a = b\cos\gamma + c\cos\beta$; $a^2 = ab\cdot\cos\gamma + ac\cdot\cos\beta$ 1°

$b = a\cos\gamma + c\cos\alpha$; $b^2 = ba\cdot\cos\gamma + bc\cdot\cos\alpha$ 2°

$c = a\cos\beta + b\cos\alpha$; $c^2 = ca\cdot\cos\beta + cb\cdot\cos\alpha$ 3°

Dalla somma della seconda e terza togliendo la prima e semplificando, si ottiene

$$b^2 + c^2 - a^2 = \cancel{ba\cos\gamma} + bc\cos\alpha + \cancel{ca\cos\beta} + cb\cos\alpha - \cancel{ab\cos\gamma} + \cancel{ac\cos\beta}$$
$$= a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

Identicamente si ottiene

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\gamma$$

Che è quanto si voleva dimostrare

Dimostrazione Geometrica teorema di Carnot

Tracciando dal vertice C l'altezza relativa al lato $\overline{AB}$ dividiamo il triangolo dato in due triangoli rettangoli $\overline{AHC}$, $\overline{BHC}$ fig 1. Dal primo triangolo applicando il teorema di pitagora, avremo:

$AC^2 = CH^2 + AH^2$ dal secondo triangolo avremo:

$CH^2 = CB^2 - HB^2$ sostituendo avremo

$AC^2 = CB^2 - HB^2 + AH^2$ ma dal triangolo dato otteniamo

$AH = AB - BH$ sostituendo avremo

$AC^2 = CB^2 - HB^2 + (AB - BH)^2 = AC^2 = CB^2 \cancel{-HB^2} + AB^2 \cancel{+BH^2} - 2AB \cdot BH$

Passando alla misura e indicando con x la misura di HB si ha

$b^2 = a^2 + c^2 - 2c \cdot x$ ma $x = a \cos\beta$ per cui

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ca \cos\beta$

Se l'angolo β e ottuso fig 2 sempre per il teorema di pitagora applicato al triangolo $\overline{AHC}$ avremo

$AC^2 = CH^2 + AH^2$; nel triangolo CHB avremo;

$CH^2 = CB^2 - HB^2$: sostituendo si ha

$AC^2 = CB^2 - HB^2 + AH^2$; ma dal triangolo dato ricaviamo

$AH = AB + BH$ sostituendo ancora otteniamo

$AC^2 = CB^2 - HB^2 + (AB + BH) = AC^2 = CB^2 - HB^2 + AB^2 + BH + 2AB \cdot BH$

Passando alla misura

$b^2 = a^2 + c^2 - 2c \cdot x$ ma $x = a \cdot \cos(180° - \beta) = a\cos\beta$

perciò

$b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cdot \cos\beta$

in modo identico si avranno le altre formule

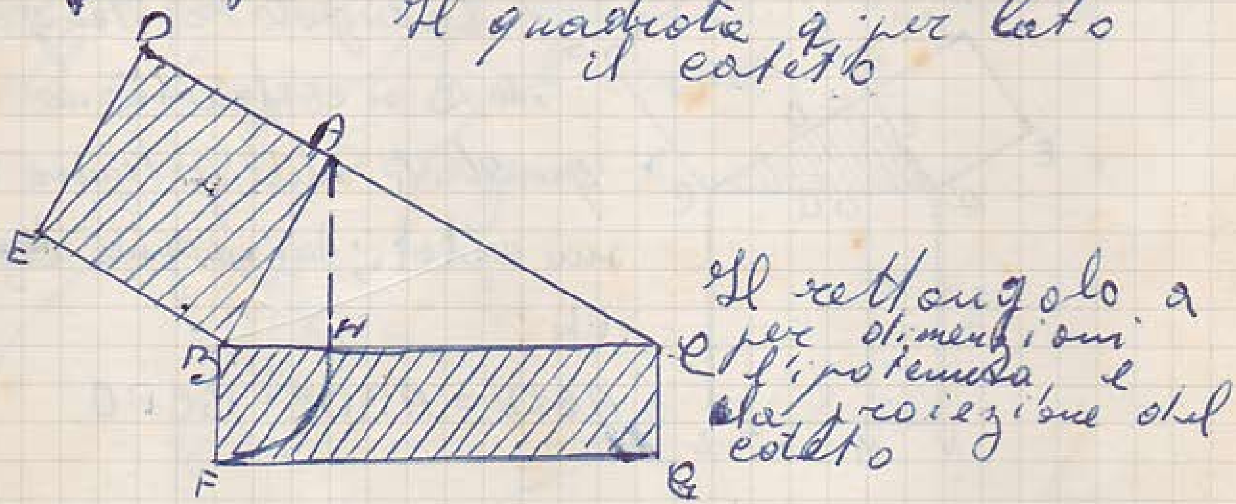
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cdot \cos\gamma$

Le formule del teorema di Carnot ci danno le relazioni fra i lati di un triangolo e i rispettivi angoli

I° Teorema di Euclide

In un triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale alla proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa e l'intera ipotenusa



$\overline{BH} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{BC}$

$\overline{BC} = \dfrac{BA^2}{BH}$

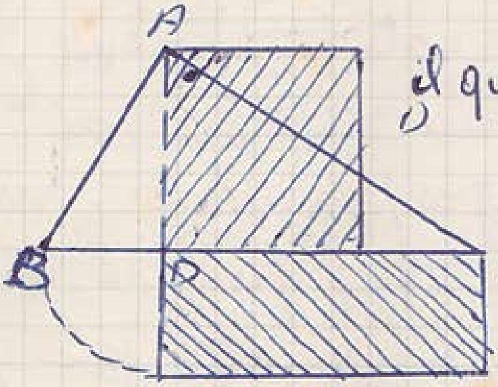
$\overline{BH} = \dfrac{BA^2}{BC}$

$\overline{BA} = \sqrt{BC \cdot BH}$

X

II° Teorema di Euclide

In un triangolo rettangolo l'altezza è media proporzionale alle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa



il quadrato a per lato l'altezza del triangolo

Il rettangolo a per dimenzioni e proiezioni dei cateti

$$\overline{DB} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{DC}$$

$$A\hat{B}D = D\hat{A}C \rightarrow D\hat{A}B = D\hat{C}A$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{BD} \\ \overline{AD} \end{array} \right. \longrightarrow \begin{array}{l} \overline{BD} \rightarrow B\hat{A}D = A\hat{C}D \rightarrow \overline{AD} \\ \overline{AD} \rightarrow DBA = D\hat{A}C \rightarrow \overline{DC} \end{array}$$

$$BD : AD = AD : DC$$

$$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{DC} = \sqrt{\overline{DB} \cdot \overline{DC}}$$

$$\overline{DB} = \frac{\overline{AD}^2}{\overline{DC}}$$

$$\overline{DC} = \frac{\overline{AD}^2}{\overline{DB}}$$

$Dp = m \cdot z$

$De = Dp + 2\bar{C}B = Dp + 2m \cos\alpha = mz + 2m\cos\alpha =$

$= De = m \cdot (z + 2\cos\alpha)$

$BC = BD \cos\alpha = m \cdot \cos\alpha$

Nel triangolo OBP retto in P

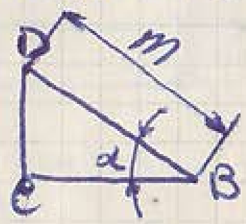
$OB = \dfrac{BP}{\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{\frac{Dp}{2}}{\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{Dp}{2} \cdot \dfrac{1}{\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{Dp}{2\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{m \times z}{2\operatorname{sen}\alpha}$

Considerando il triangolo OBD retto in B

$\operatorname{tg}\gamma = \dfrac{DB}{OB} = \dfrac{m}{\frac{m \cdot z}{2\operatorname{sen}\alpha}} = \cancel{m} \cdot \dfrac{2\operatorname{sen}\alpha}{\cancel{m} \cdot z}$ $\boxed{\operatorname{tg}\gamma = \dfrac{2\operatorname{sen}\alpha}{z}}$

Nel triangolo $B\hat{C}D$ retto in C

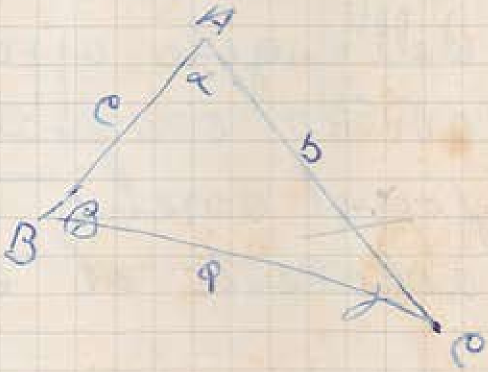
$\bar{C}B = DB \cdot \cos\alpha = m \cdot \cos\alpha$



Matematica D'officina

Teorema di Carnot

In un triangolo qualunque il quadrato di un lato è uguale alla somma ~~degli altri~~ dei quadrati degli altri due lati diminuita del doppio di questi lati per il coseno dell'angolo che essi comprese



Es: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

Abbiamo che

$$a = c\cos\beta + b\cos\gamma$$
$$b = a\cos\gamma + c\cos\alpha$$
$$c = b\cos\alpha + a\cos\beta$$

abbiamo anche $a^2 - b^2 - c^2 = -2bc\cos\alpha$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

tollerauze

Ø 120

Gmx 60 ÷ 100 μ

Definire un accoppiamento mobile foro base il cui gioco è compreso tra 60÷100 μ

Accoppiamento Mobile

Ø 120 H7/g7

IT7 = 35 μ = 0.035 mm

Si = 0

Ss = t = 0,035

Dmx = dn + t = 120 + 0,035 = 120.035

d = dn = 120 mm

Albero

IT7 = 35 μ = 0,035 mm

Ss = 12 μ = 0,012

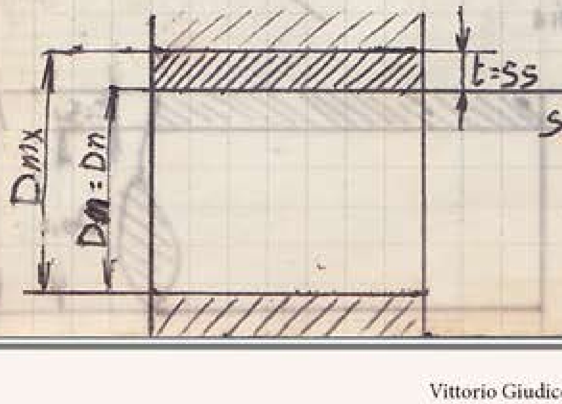
Si = t + Ss = 0,35 + 0,012 = 0,047

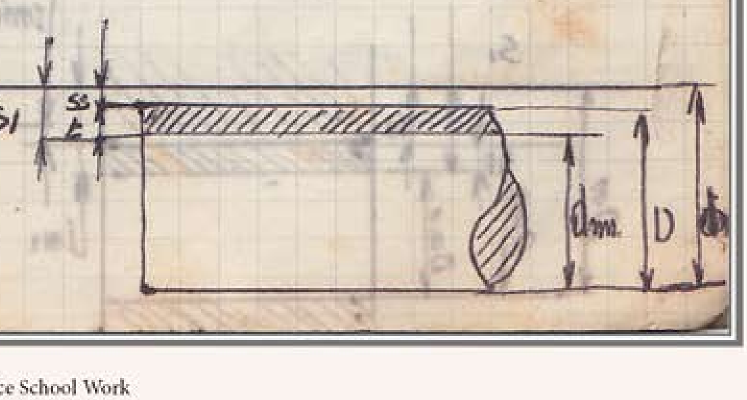
Dmx = dn − ss = 120 − 0,012 = 119,988

dm = dn − Si = 120 − 0,047 = 119.953

Gmx = DmxF − dmm.A = 120.035 − 199,953 = 0,082 mm

Gmin = dmmF − DmxA = 120 − 199,988 = 0,012 mm





Determinare un accoppiamento incerto
la cui interferenza è compresa tra 40 ÷ 45
e il Gioco 45 ÷ 50

Soluzione

dati $\begin{cases} \varnothing = 210 \\ I = 40 \div 45 \\ Gio = 45 \div 50 \end{cases}$

$\varnothing$ 210 j7/K6 Acc. incerto

$IT7 = 46\,\mu = 0{,}046$ mm

$Ss = +0{,}030$

$Si = t - Ss = 0{,}046 - 0{,}030 = -0{,}016$ mm

$Dmx = Dn + Ss = 210 + 0{,}030 = 210{,}030$ mm

$Dmin = Dn - Si = 210 - 0{,}016 = 209{,}984$ mm

$IT6 = 29\,\mu = 0{,}029$

$Si = 4 = -0{,}004$

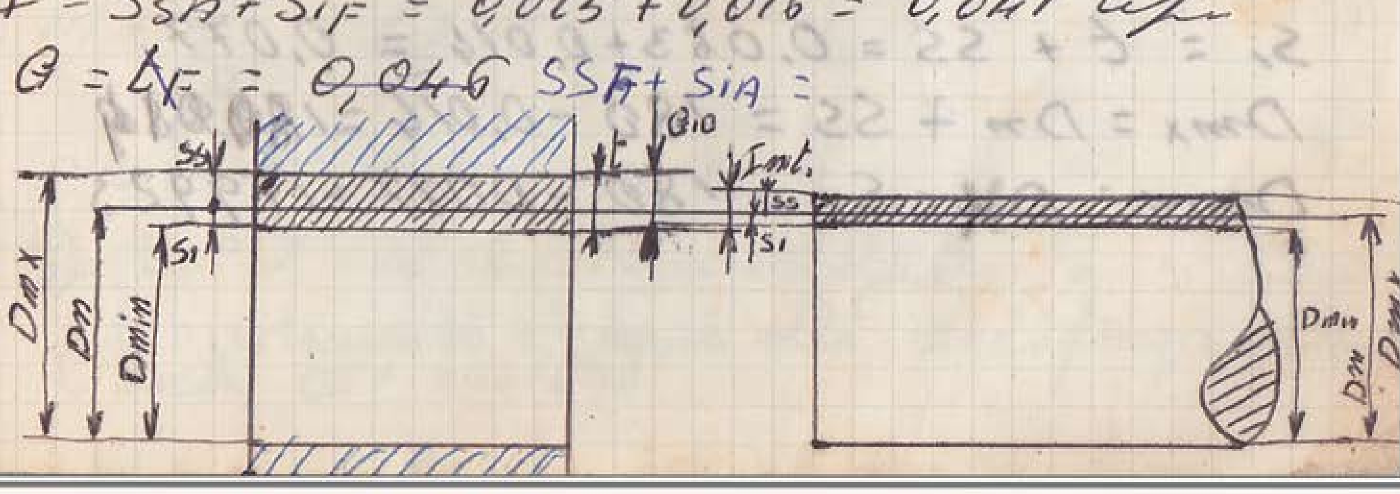
$Ss = t - Si = 0{,}029 - 0{,}004 = 0{,}025$ mm

$Dmx = Dn + Ss = 210 + 0{,}025 = 210{,}025$ mm

$Dmin = Dn - Si = 210 - 0{,}004 = 209{,}996$ mm

$I = Ss_A + Si_F = 0{,}025 + 0{,}016 = 0{,}041$ mm

$G = \cancel{L}_F = \cancel{0{,}046}$ $SS_{\cancel{A}} + Si_A =$



Definire un accoppiamento stabile albero base la cui interferenza minima sia compresa tra $30 \div 50$

Soluzione

dati $\begin{cases} \varnothing = 100 \\ I_{min} = 30 \div 50\ \mu \end{cases}$

Accoppiamento stabile

$\varnothing 100\ h7/S7$

Albero
$$\begin{cases} IT7 = 35\mu = 0{,}035\ mm \\ Ss = 0 \\ Si = t = 0{,}035\ mm \\ Dmx = Dm = 100 \\ Dmin = Dm - t = 100 - 0{,}035 = 99{,}065\ mm \end{cases}$$

$IT7 = 0{,}035$

$SS = -66\mu = 0{,}066\ mm$

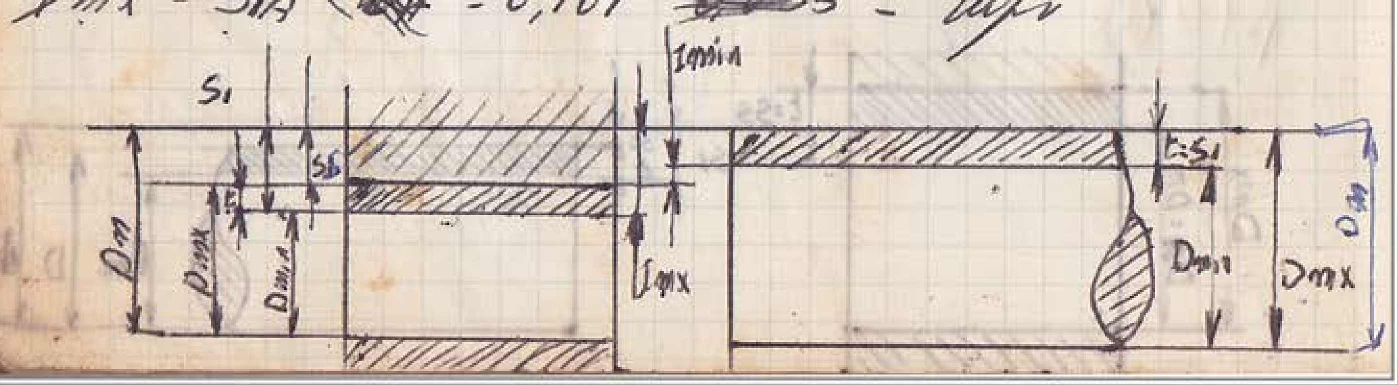
$Si = Ss + t = 0{,}066 + 0{,}035 = 0{,}101\ mm$

$Dmx = Dm - Ss = 100 - 0{,}066 = 99{,}034\ mm$

$Dmin = DM - S_i = 100 - 0{,}101 = 99{,}899\ mm$

$I\,min. = SS_A - t_F = 0{,}066 - 0{,}035 = 0{,}031\ mm$

$I\,mx = Si_A - \cancel{\ } = 0{,}101 - \cancel{0{,}035} = \ mm$



$h = a + d = m\left(\frac{13}{6}\right)$

$P = \frac{\pi \cdot D_p}{Z}$ $\quad d = \frac{7}{6}m$

$P = V + S$

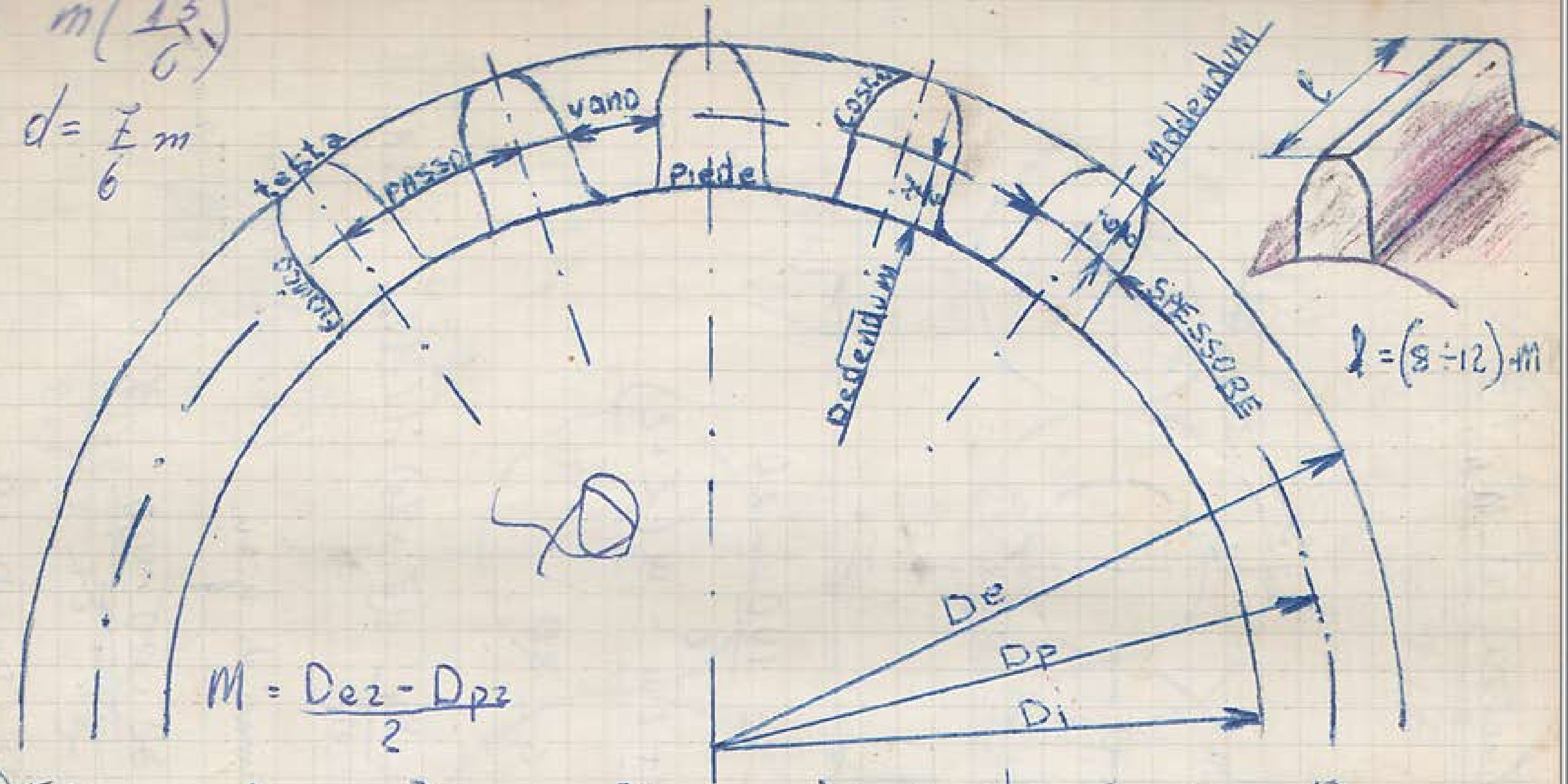
$P = 2 \cdot S$

$P = 2 \cdot V$

$P = m \cdot \pi$

$S = \frac{P}{2} = \frac{m \cdot \pi}{2}$

$V = S$



$l = (8 \div 12) \cdot m$

$M = \frac{De_2 - Dp_2}{2}$

$m = \frac{P}{\pi} = \frac{\cancel{\pi} D_p}{Z \cdot \cancel{\pi}} = \frac{D_p}{Z} = \frac{D_e}{Z+2} = \frac{D_i}{Z - \frac{7}{3}}$

$h = a + d = \frac{6}{6} + \frac{7}{6} = \frac{13}{6}$

$D_p = m \cdot z$

$a = \frac{6}{6} m = m$

$d = \frac{7}{6} m$

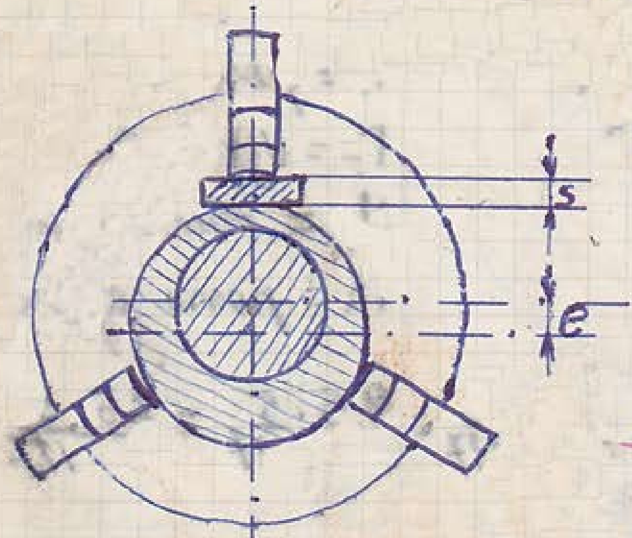
$D_e = D_p + 2a = D_p + 2m = m \cdot (Z+2)$

$D_i = D_p - 2d = D_p - 2\frac{7}{6} = D_p \frac{7}{3} m = m \cdot Z - \frac{7}{3} m$

$D_i = m \cdot \left(Z - \frac{7}{3}\right)$

$D_e = m \cdot Z + 2m = m \cdot (Z+2)$

Mandrino a 3 morzetti eccentrico



Esempio:

Per eseguire un eccentrico nel mandrino a 3 morzetti ~~lo spessore e uguali~~

S = spessore

e = eccentrico

$$\boxed{S = e + (e \cdot sen\,30^\circ)}$$

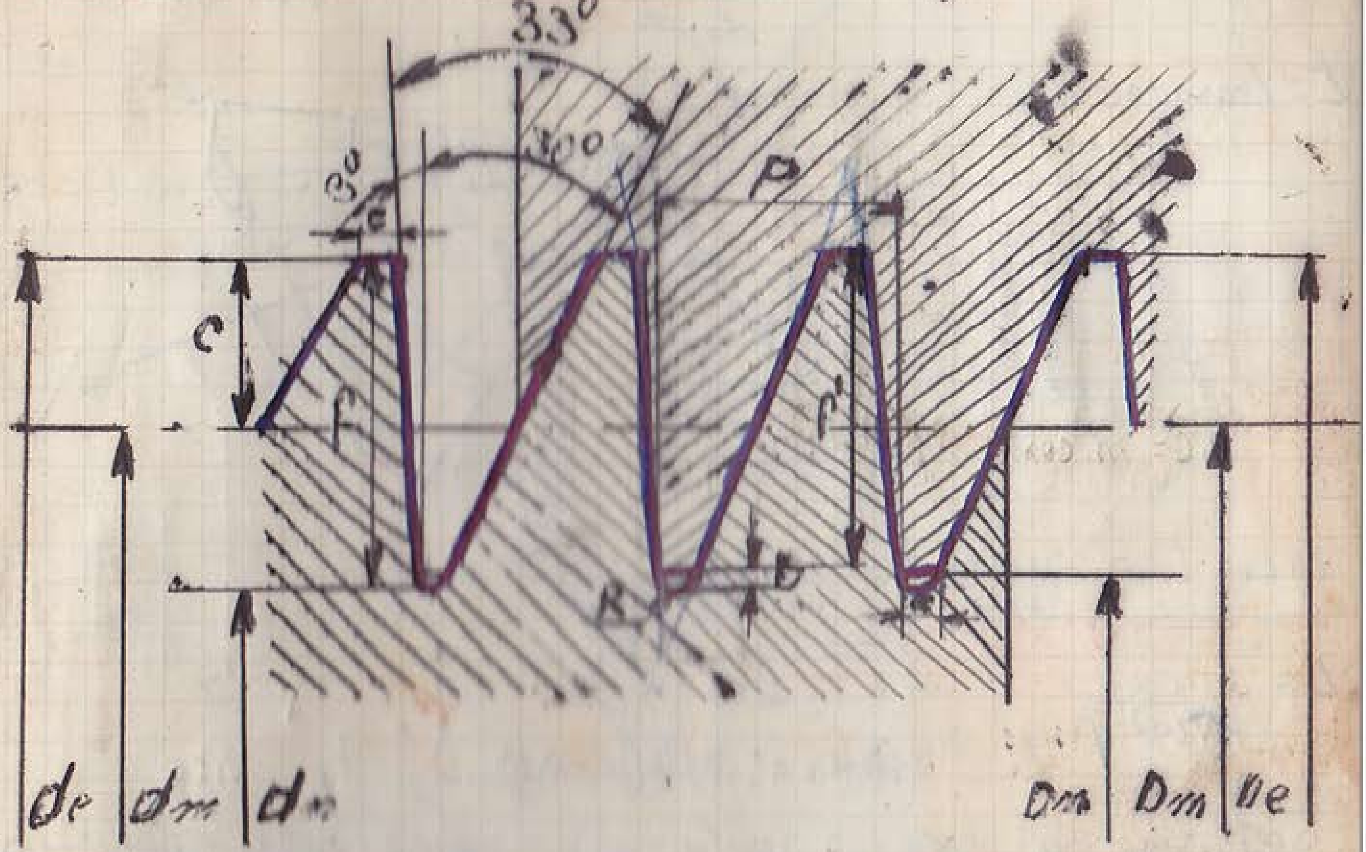
$$S = e + (e \cdot 0,5)$$

Esempio $e = 13.5$ mm trovare S?

$$S = e + (e \cdot sen\,30^\circ)$$

$$S = 13,5 + (13,5 \cdot 0,5) = 20,25 \text{ mm}$$

Filettatura a dente di Sega



$\varnothing$ 30 Sgf

Vite
- de = 30
- dm = de - 2c = 30 - 2.0.46 = 21,95
- dn = de - 2f = 30 - 5,202 = 24,8
- 2c = 2,046
- 2F = 5,202
- Pf = 5,20.2 m/m

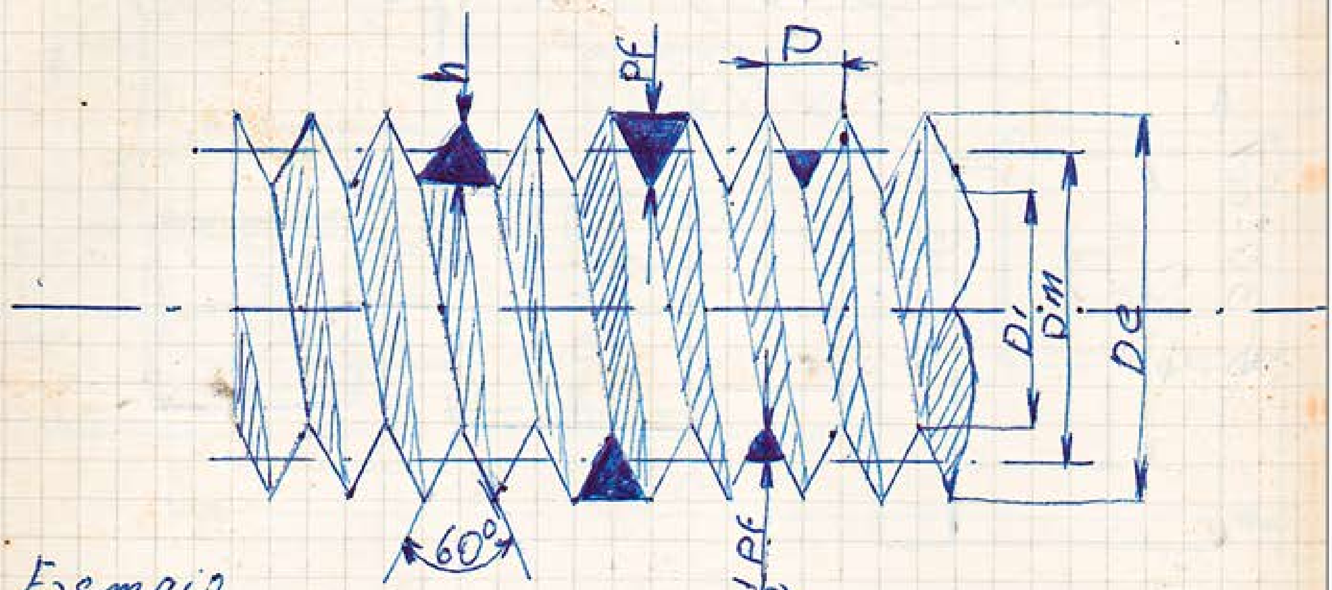
f = 0,75 · P + b
c = 0,341 · P
f' = 0,75 · P
e = 0,263 · P
b = 0,117 · P

h = 1,732 · P

Madrevite
- Dint (FORO) = De - 2f' = 30 - 4,5 = 25,5 m/m
- De = 30

Filettatura Metrica MA 60°

Può essere di diversi tipi



Esempio

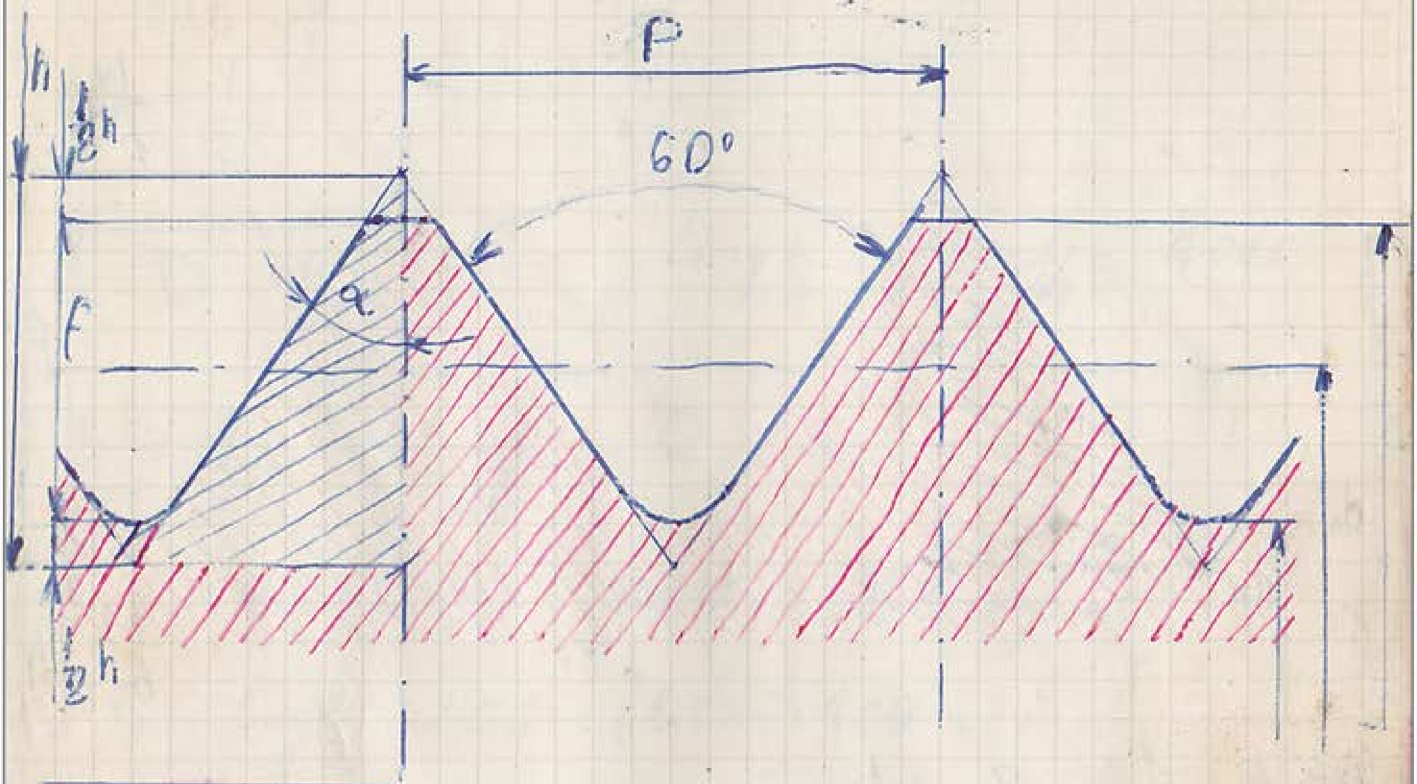
Filettatura MA Ø 20 = P 2,5
" " MB Ø 20 = P 1,5
" " MC Ø 20 = P = 1
" " MD Ø 20 = P = 0,75
" " ME Ø 20 = P = 0,5

Cambia il passo P ma il diametro è sempre quello

Esemp: (Ø 30 MA) P = 3,5

PF = 1,3 x P = 4,55 (teorico)
Dm = De - (0,65 x P) = 30 - 2,27 = 27,72
Di = De - PF = 30 - 4,55 = 25,45

Sistema Metrico decimale



$\boxed{h = p \cdot \cos\alpha}$

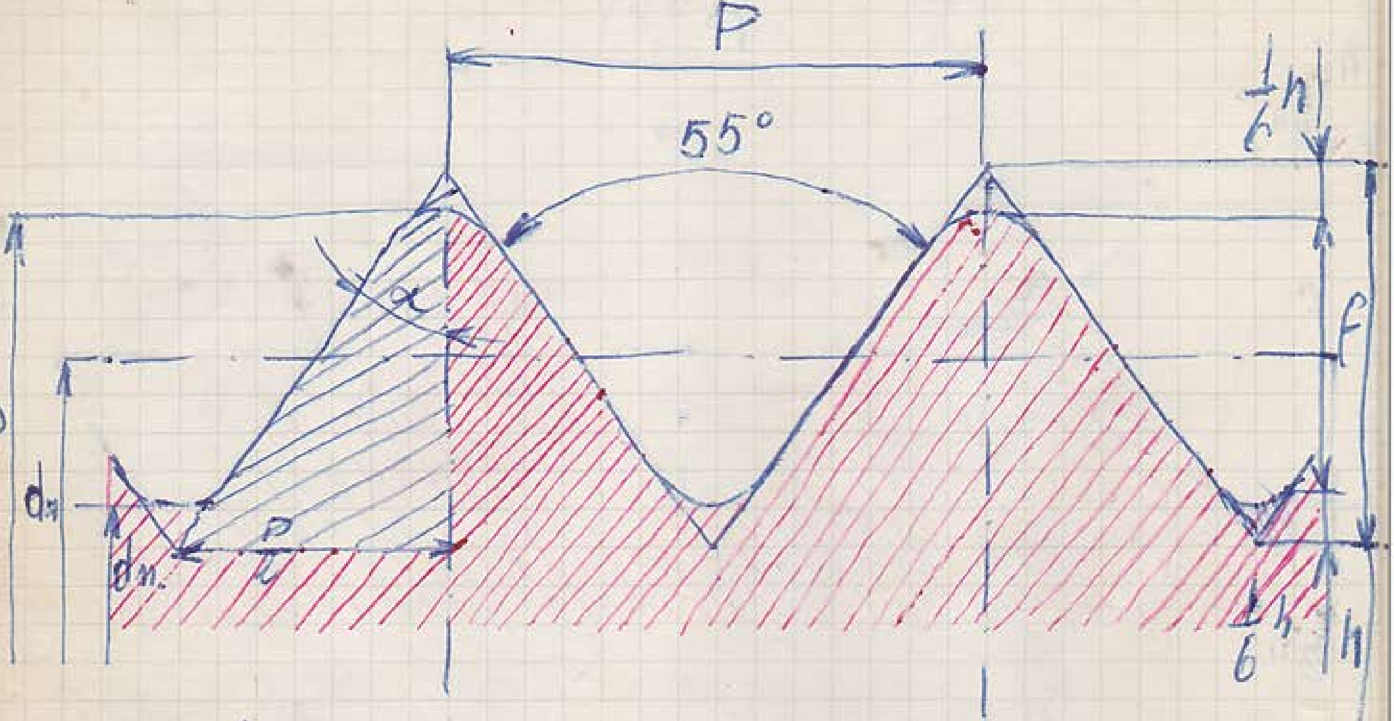
$\alpha = \cos. 30^\circ = 0{,}866$

$\boxed{h = P . 0{,}866}$

$F = h - \frac{2}{8}h = h - \frac{1}{4}h = h\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}h$

$F = \frac{3}{4} \cdot 0{,}866 \cdot P = 0{,}6495 \cdot P = \boxed{F = 0{,}65 \cdot P}$

Sistema Whitworth



$$h = \frac{P}{2} \cdot \frac{1}{tng.\,\alpha} = \frac{P}{2} \cdot cotang.\,\alpha$$

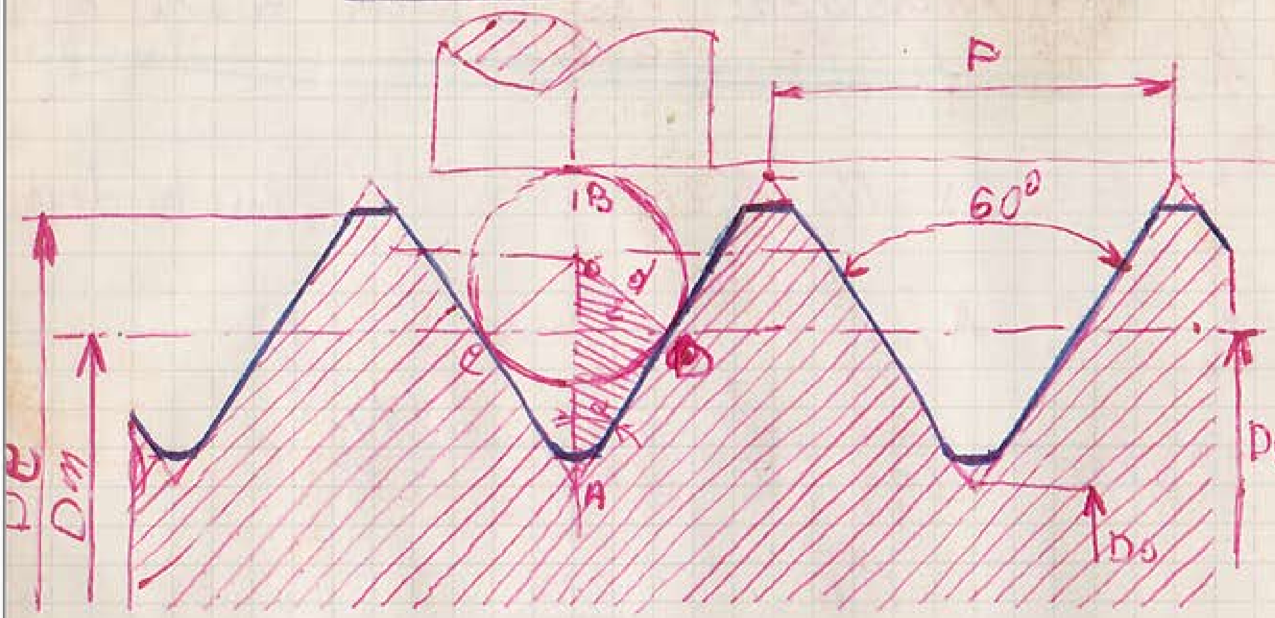
$$\alpha = 27^{\circ}30' \,;\; 1{,}92$$

$$h = \frac{P}{\cancel{2}} \cdot \cancel{1{,}92} \quad \boxed{h = P \cdot 0{,}96}$$

$$f = h - \frac{1}{3}h = h\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}h$$

$$f = \frac{2}{3} \cdot 0{,}96 \cdot P \quad \boxed{f = 0{,}64 \cdot P}$$

Controllo Whitworth



$$M = \overline{Do} + 2\overline{AB} = \overline{Do} + 2(\overline{OA} + \overline{OB}) = \overline{Do} + 2\overline{OA} + 2\overline{OB}$$

$$\frac{d}{2} = AO \cdot \mathrm{sen}\,\alpha \; ; \quad \overline{AO} = \frac{d}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha}$$

$$M = Do + \frac{2d}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha} + 2\frac{d}{2} = Do + \frac{d}{\mathrm{sen}\,\alpha} + d$$

$$M = Do + d\left(1 + \frac{1}{\mathrm{sen}\,\alpha}\right) = Do + d\left(1 + \frac{1}{\mathrm{sen}\,30^\circ}\right) = Do + d3$$

$$Do = (Dm - h) \; ; \quad M = (Dm - h) + 3d$$

$$Dm = M + h - 3d$$

Whitworth

$$M = Do - d\left(1 - \frac{1}{0{,}461749}\right) = Do + 3{,}166$$

$$Do = (Dm - h) \; ; \quad M = Dm - h + 3{,}166 \cdot d$$

Filettatura Trapezio

$PF = 0{,}5 \cdot P + a = \boxed{3{,}45}$ m/m

$dm = de - 2e = 38 - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 7 = \boxed{34{,}5}$ m/m

$dn = de - 2pf = 38 - 7{,}5 = \boxed{30{,}5}$ m/m

$e = 0{,}25 \cdot P$

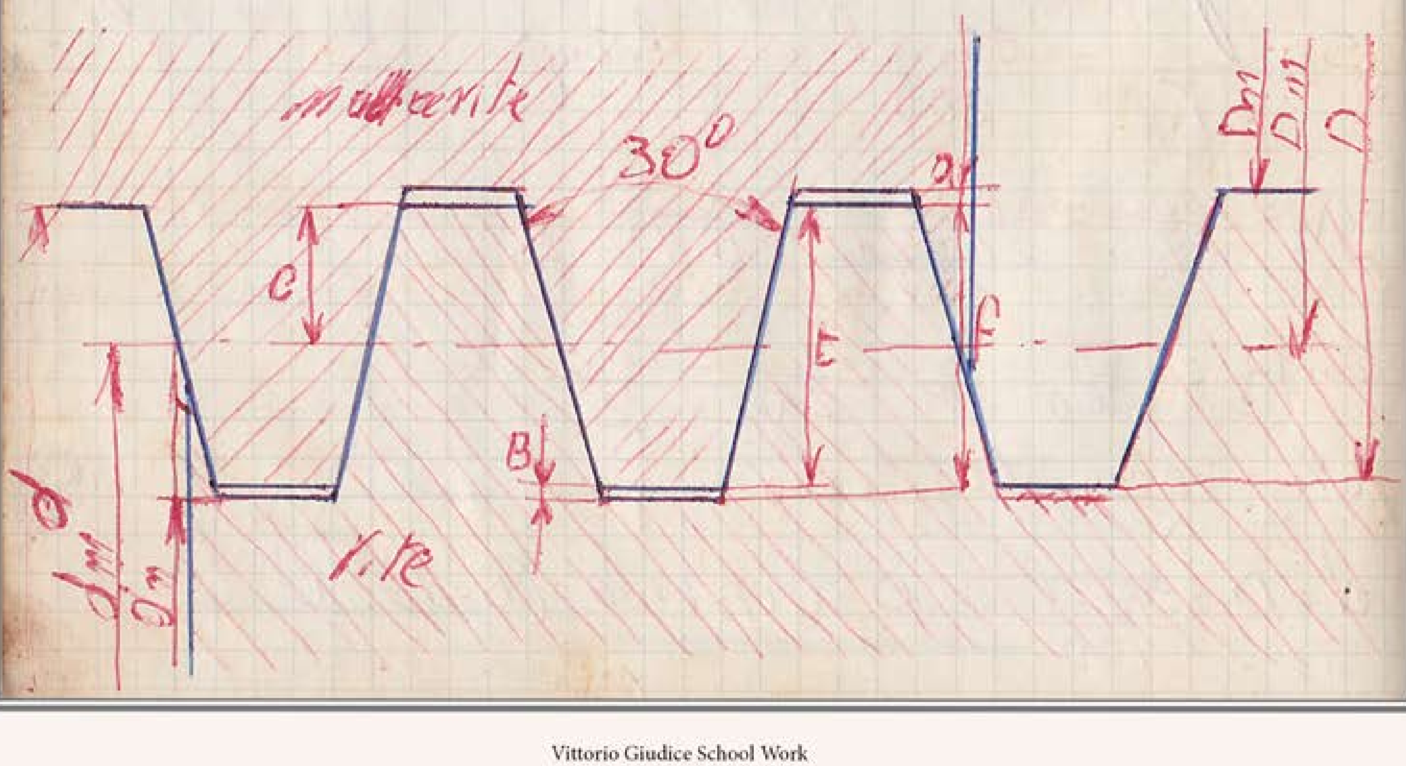
dati $\begin{cases} 38 \varnothing \\ P = 7 \text{ m/m} \end{cases}$

maschio

Femmina

$Pf' = 0{,}5 \times P + 2a - b = 3{,}25$ m/m

$D_1 = De - 2pf' = 38{,}5 - 2 \cdot 3{,}25 = 32$ m/m



33MA P = 3,5

$M = 33,69$

$Dm = (M + h) - 3d$

$d = 0,578 \times P = 2,033$ ~~effettivo~~ teorico

$d' = 2,05$ dato

$h = P \times 0866 = 3,031$

$Dm = M + h - 3d = 30,57$ effettivo

$\boxed{M = (Dm - h) + 3d} = 33,69$ 33 MA P 3,5

$dm\ eff = (M + h) - 3d$

$h = 0,866 \times P = 0,866 \times 3,5 = 3,031$ m/m

$d = 0,578 \times P = 0,578 \times 3,5 = 2,025$ m/m teorico

$d = 2,05$ rullino effettivo

$Dm.eff = 33,69 + 3,031 - (3 \cdot 2,05) = 33,69 + 3,031 - 6,15 =$

$= Dm = 30,57$

$Dm.teorico = Do - f = 33 (0,65 \times P) = 33 - 2,27 = 30,73$

$E = Dmt - Dmf = 30,73 - 30,57 = 0,16$ m/m Errore

Filettatura a più principi

Trovare il rotismo e profondità filetto di una vite che a

P_r = passo reale

P_v = vitemadre passo

N_p = numero principi

P_a = passo apparente

$P_r = 9$ mm

$N_p = 3$

$P_v = \frac{1''}{5}$

$$\frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} = \frac{P_r}{P_v} \cdot K = \frac{9}{\frac{1}{5}} \cdot \frac{5}{127} = 9 \cdot 5 \cdot \frac{5}{127} = \frac{45}{1} \cdot \frac{5}{127} = \frac{45 \cdot 100}{20 \cdot 127}$$

$$P_a = \frac{P_r}{N_p} = \frac{9}{3} = 3 \text{ mm}$$

$$P_f = 0,65 \cdot P = 0,65 \cdot 3 = 1,95 \text{ mm}$$

---

altro esempio

Trovare $\frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4}$ e la profondità filetto e passo apparente

$P_r = 6$ mm

$N_p = 2$

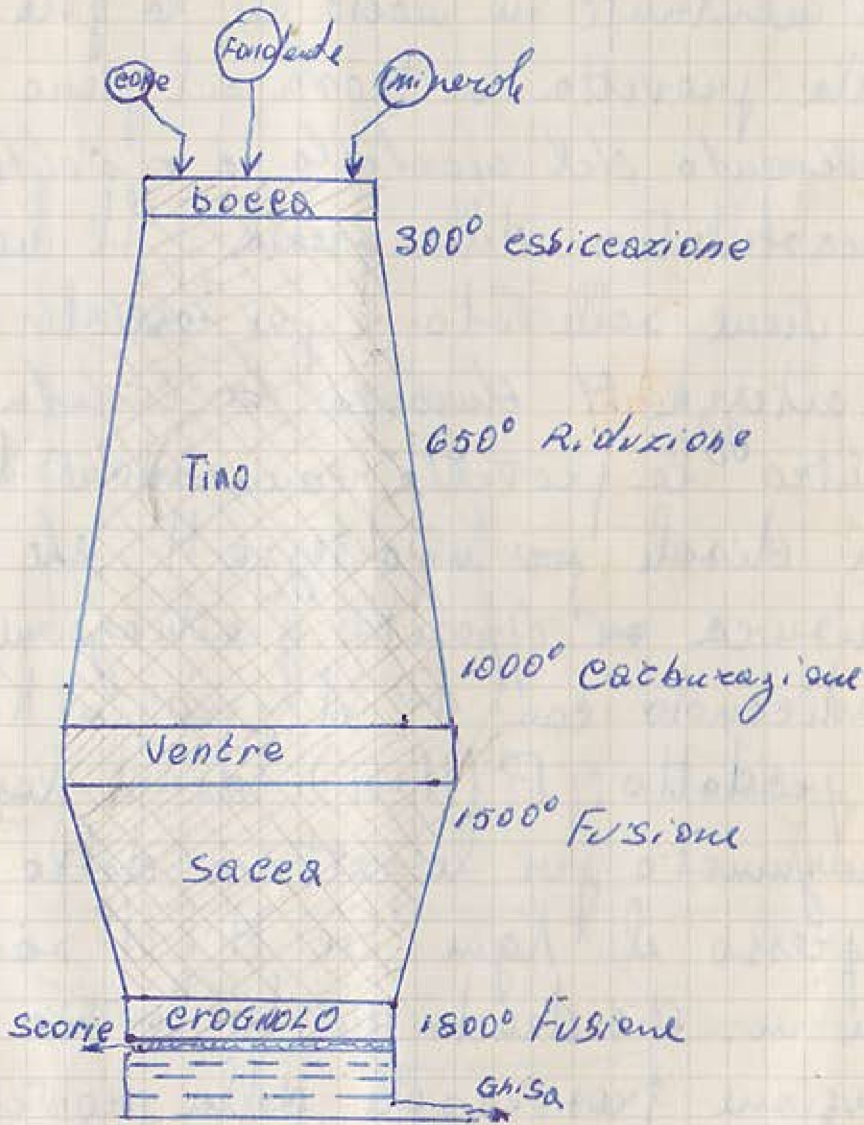
$P_v = \frac{1''}{5}$

$$\frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} = \frac{P_r}{P_v} \cdot K = \frac{6}{\frac{1}{5}} \cdot \frac{5}{127} = 6 \cdot 5 \cdot \frac{5}{127} = \frac{30 \cdot 5}{1 \cdot 127} = \frac{30 \cdot 100}{20 \cdot 127}$$

$$P_a = \frac{P_r}{N_p} = \frac{6}{2} = 3 \text{ mm}$$

$$P_f = 0,65 \cdot P = 0,65 \cdot 3 = 1,95 \text{ mm}$$

ALTO FORNO

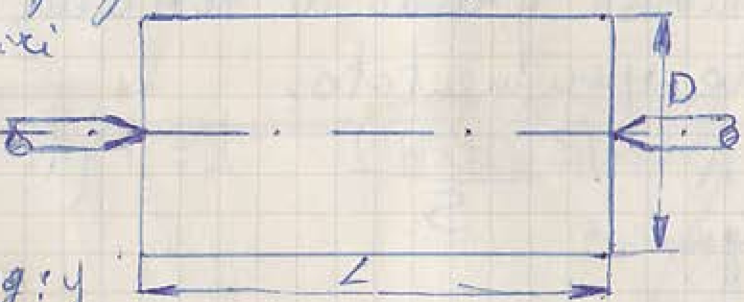


ag = av. ~~[illegible]~~ per giro

ng = numero giri

L = lunghezza

t = tempo



ag = 0,2

$ag = 0{,}2 = ng : y$

$y = \frac{0{,}2 \times ng}{1} = ag \cdot ng$

$1 : y = x\, L$

$t = \frac{L}{ag \cdot ng}$

$x = \frac{L}{\ldots} = \frac{L}{ag \cdot ng} = t$

Per lega metallica s'intende il materiale formato dall'unione fisicamente e chimicamente omogenia di un metallo con un altro metallo, oppure di un metallo con un altro corpo anche non metallico «metalloide». A secondo del numero degli elementi la lega si chiama Binaria, Ternaria, Quaternaria, ecc.

Sono leghe metalliche:

Le ghese, gli acciai, i bronzi, gli ottoni il duro alluminio, e numerose altre per la scelta del materiale metallico più o meno adatto si fa riferimento alle propietà meccaniche, tecnologiche e fisiche e chimiche

Le propietà meccaniche sono: quattro

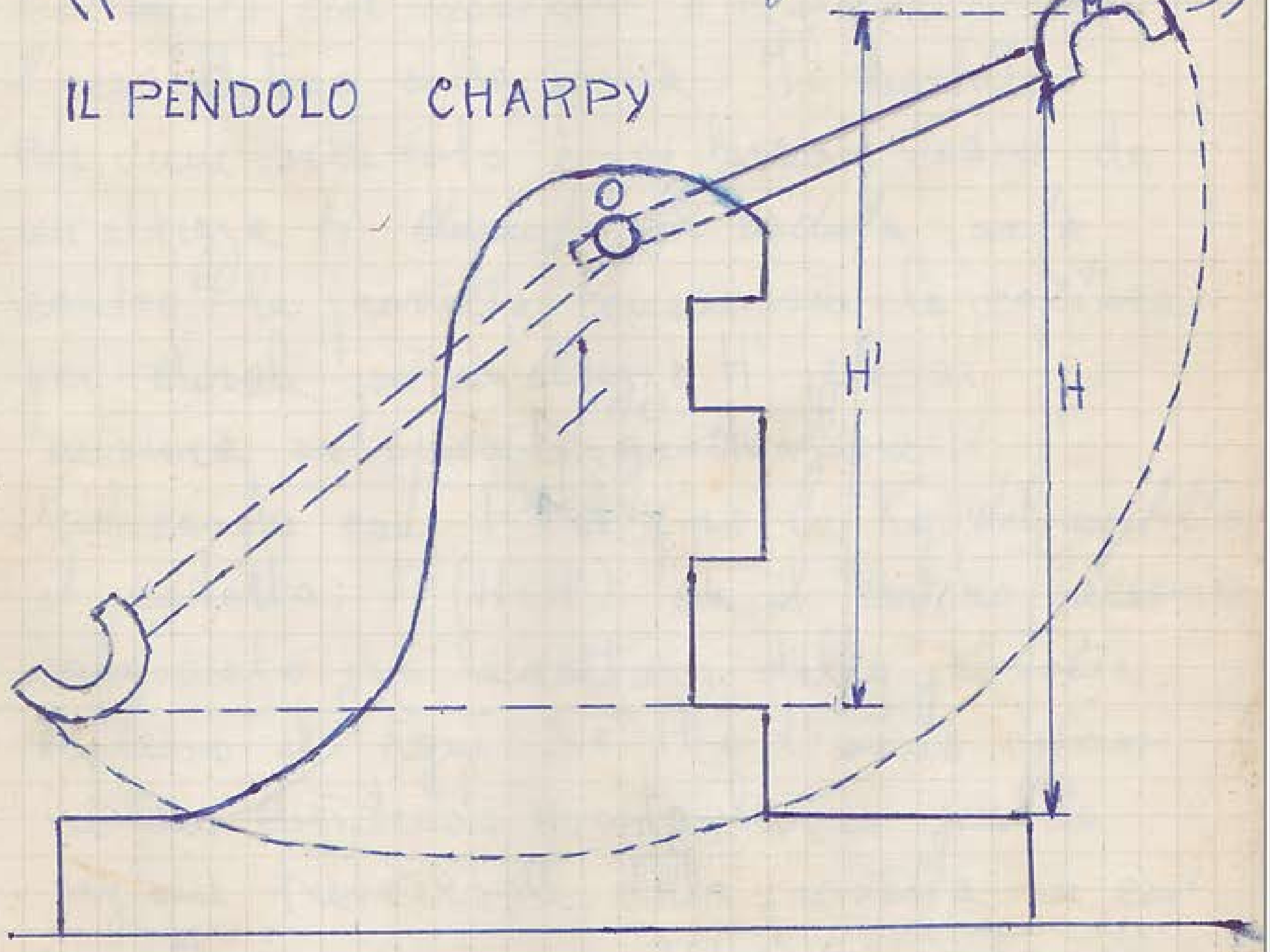
La resistenza alle sollecitazioni mecc.
La durezza
La Resilienza
La Elasticità

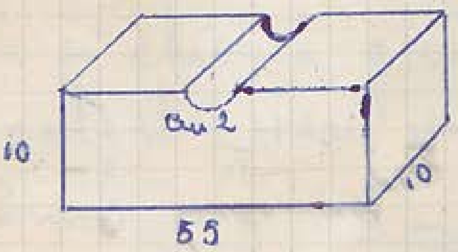
La Durezza di un metallo è la resistenza che esso oppone a non lasciarsi penetrare o scalfire da un corpo avente maggior durezza.
La prova si esegue su una macchina che si chiama Presa Brinel.
con la quale una sferetta di acciaio duro, viene premuta su una faccia piana ben levigata. E per effetto di una pressione P la sferetta penetra un'impronta più o meno grave assecondo della resistenza offerta

Resilienza è la resistenza che un metallo oppone alla rottura per urto.
La resilienza si determina con una macchina detta Maglio o pendolo Charpy
Il pendolo di Charpy è costituito da un'incastellatura «Montante».
che sostiene un speciale martello M oscillante come un pendolo sul perno O.

per eseguire la prova si prepara col mortello da sperimentatore la provetta dalla forma e dimenzioni indicate «Provetta normale unificata Italiana»

IL PENDOLO CHARPY





Provetta

La provetta si appoggia sull'apposito supporto del montante in modo che la gola tagliata sulla provetta si trova sul piano del movimento del martello e rivolta verso l'incastellatura della pressa. Il martello che viene sollevato e poi lasciato cadere da un'altezza H durante la caduta urta contro la provetta causandone la rottura poi risale per un'altezza H' che si misura su apposita graduazione.
Indicando con P il peso in Kg del martello, il prodotto: P (H-H') da il lavoro meccanico consumato per la rottura della provetta. espresso il Kgm. Se H e H' sono espressi in m. dividendo questo lavoro per la sezione trasversale della provetta in cm^2 si ottiene un numero espresso in Kgm/cm^2 che si chiama grado di resilienza del martello sperimentato.

Perciò $K = \frac{P(H-H')}{S}$ $\quad L = P(H-H')$ Kgm

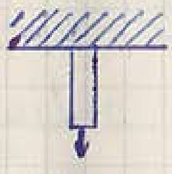
$r = \frac{L}{\Lambda}$ Kgm/cm^2

L'inverso della resilienza è $\frac{1}{K}$
si chiama grado di fragilità del martello.

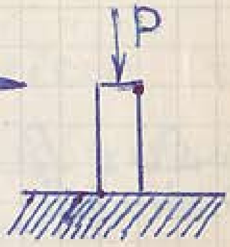
La Resistenza è l'attitudine che hanno i metalli di sopportare lazione di forze «sollecitazione meccanica». Tendente a deformarle o romperli, assecondo di come agiscono le forzi deformanti.

La sollecitazione si chiama

di Trazione →

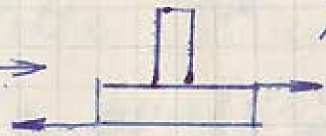


compressione →

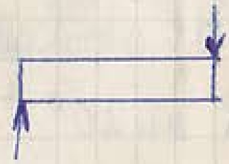


flessione

Taglio →



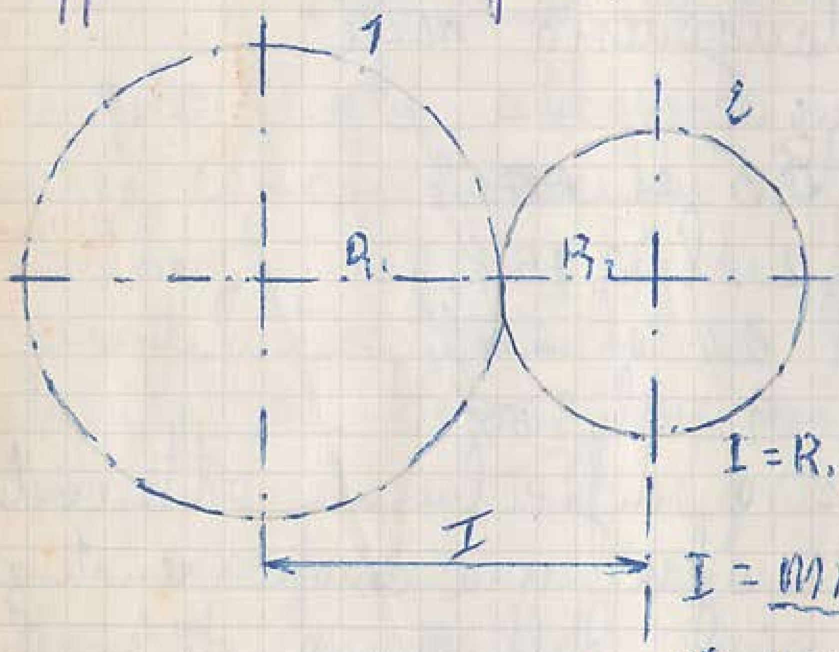
Torzione →



Elasticita è la propietà per la quale un solido metallico, deformato a causa di una sollecitazione meccanica riprende la forma primitiva al cessare della causa che aveva prodotto la deformazione. Tutti i metalli sono elastici ma lo sono di più quelli capaci di riprender la forma primitiva anche dopo aver subito notevoli deformazioni. Gli altri si dicono plastici

Leghe Antifrizione

Sono leghe molto importanti per ricoprire i cuscinetti di Bronzo e gli organi delle macchine sottoposte a sfregamento (Fonde alla) e resistenti all'attrito che si sviluppa fra essi queste leghe devono essere duri e plastiche, possono essere formate di Piombo, Antimonio, e Stagno oppure di Stagno, Rame, zinco



$$I = R_1 + R_2$$

$$R_2 = \frac{I}{R_1}$$

$$R_1 = \frac{I}{R_2}$$

$$I = R_1 + R_2 = \frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} = \frac{D_1 + D_2}{2}$$

$$I = \frac{m \times Z_1 + m \times Z_2}{2} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}$$

$$m = \frac{2I}{Z_1 + Z_2}$$

$$D_1 = m \cdot Z_1$$

$$D_2 = m \times Z_2$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{R_1}{R}$$

$$R_1 : R_2 = n_2 : n_1 ; \quad R_1 : (R_1 + R_2) = n_2 : (n_2 + n_1)$$

$$R_1 : I = n_2 : (n_2 + n_1) = \frac{I \times n_2}{(n_2 + n_1)}$$

Leghe resistenti al Calore
Si adoperano per la fabbricazione dei pistoni dei motori a scoppio.. ed a olio pesante (Nofito)

Leghe Speciali
Adoperati per apparecchi di Ottica e parti di Orologieria

Durallumminio
È costituito di Allumminio, Rame, Magnesio e Manganesio nelle seguenti Proporzioni:
Rame dal 3,5 al ~~4~~5%
Magnesio dal 0,2 al 0,75 %
Manganesio dal 0.4 al 0,7%
Allumminio dal 93 al 95%
Il Durallumminio è dificilmente attaccato agli acidi, ed ofre una buona resistenza all'azione corrosiva dell'acqua di Mare, si fucina e si stampa alla temperatura dei 400 ai 450°C

Propietà Tecnologiche

Duttilità è l'attitudine dei metalli di lasciarsi ridurre in fili

Fusibilità è l'attitudine per la quale i metalli portati ad una temperatura passano dallo stato solido a quello liquido

Malleabilità è l'attitudine per la quale i metalli sottoposti ada azioni deformanti «pressione» possono mutare la loro forma: es. ridursi in lamiera

Saldabilità è la propietà per la quale due pezzi dello stesso metallo, riscaldati e premuti l'uno contro l'altro si riuniscono in modo da formare un unico pezzo

Temperabilità è l'attitudine per la quale alcuni metalli e alcune leghe se riscaldati a conveniente temperature e poi raffreddati rappidamente aumentano o diminuiscono la loro durezza

Caratteristiche e propietà dei metalli e delle leghe metalliche più usate nell'industria

Rame (Cu) è di colore rosso molto splendente quando le superficie sono ravvivate. Fonde alla temperatura di 1083°C, ma rimane pastoso e pertanto non si può lavorare in fonderia. Il Rame è duttile tenace e malleabile a freddo e a caldo. Si lavora male con la lima, si può saldare alla fiamma ossiacitilenica esposta all'aria umida si ricopre di una patima detta verderame. È buon conduttore di calore e di elettricità.
Si ricava dei seguenti minerali. Cuprite - Cu Calcosina, Calcoperite, Azzurrite, Malachite, In commercio il Rame si distingue in due qualità. Rame metallurgico ce si ottiene trattando a più riprese il minerale in apposito forno a Riverbero. Il Rame elettrolitico ottenuto mediante l'elettrolisi avente una purezza maggiore del Rame metallurgico. Il Rame elettrolitico è un buonissimo conduttore di elettricità e di calore e pertanto trova vasto impiego

nell'industria elettrica per condutture
avvolgimenti di macchine elettriche.
Il Rame è anche impiegato per la
fabbricazione di leghe importanti
«Bronzi e Ottoni» (Ps = 8.9 Kg./dm³)

Stagno (Sn) è di colore argento
fonde alla temperatura 232°C e
malleabilissimo poco duttile presenta un
carico di rottura a trazione di 8 kg. mm².
Lo stagno si ricava dai suoi minerali tra
i quali i più importanti sono
«La Cassiterite e la Stannite».
Non si ossida a temperatura ordinaria
e per questo è adoperato per la
stagnatura di lamiera di ferro (latta)
Lo stagno si adopera anche per la
fabbricazione di leghe importante (Bronzi
leghe fusibile, leghe per saldature dolci)
Piegando una verghetta di stagno puro essa
emette un stridio caratteristico che si
chiama pianto dello Stagno dovuto
alla rottura dei cristalli (Ps 7,3 Kg/dm³)

Piombo (Pb) è di colore grigio scuro quasi affatto splendente. Fonde alla temperatura 327°C è malleabilissimo, duttile, fusibile, e presenta una durezza minima di scalfirsi con le unghia.
Il Piombo dal suo minerale più importante che è «La Galena»
Si trova in commercio sotto forma di pani, di tubbi, lostre, e fili.
Esso trova impiego nella fabbricazione dei tubi per conduttura di acqua e gas, per recipienti impiegati nell'industria chimica perchè è pochissimo attaccato all'acido solforico (formula chimica H_2SO_4) per le piastre degli accumulatori elettrici e per la fabbricazioni di leghe metalliche (Leghe per caratteri di stampa, Leghe per saldature dolci, Leghe fusibili.

(Ps. 11,3 Kg. dm^3

Zinco (Zn) è di colore bianco con riflessi azzurrongoli poco splendente.
Fonde alla temperatura di 419° C presenta un carico di rottura a trazione di 14 Kg. mm² i minerali più importanti dai quali si estrae lo Zinco sono:
(La Blenda, La Calamina, La Smits sonit
Lo Zinco è anche adoperato per la frabbricazione della lega di (Ottone)
(Ps 7.1 Kg dm³)

Alluminio (AL) è di colore bianco argento, fonde alla temperatura di 660° C presenta un carico di rottura di 12 Kg mm² se trattasi di alluminio fuso.
di 18 Kg. mm² se è laminato. Si estrae dai suoi minerali ce sono: (Bauxsite, e Leucite) Per il suo ~~peso~~ peso specifico l'alluminio trova largo impiego nella frabbricazione di molte leghe importanti come: (Il Duralluminio e il Silumin)
E adoperato specialmente nella costruzione aeronatica ed automobilistica.

(Ps 2.7 Kg. dm³)

Nichel (Ni) è di colore grigio splendente fonde alla temperatura di 1452°C è molto duro, tenace, duttile, presenta un carico di rottura a trazione di 45 Kg. mm². Non è molto malleabile e inossidabile all'aria e viene usato per rivestire oggetti di ferro, Rame, Ottone (detta Nichelatura) È adoperato per la fabbricazione di leghe bianche (Argentana) e per leghe di alta resistenza (Ps 8,85 Kg./dm³)

Magnesio (Mg) presenta lo stesso colore dell'alluminio Fonde alla temperatura di 651°C è duttile e malleabile presenta un carico di rottura di 9 Kg. mm². È adoperato per la fabbricazione di leghe leggerissime (Elektron) e in fotografia per la illuminazione. (Ps 1,7 Kg/dm³)

1201 | 27
970 | 123
230
194

360
291

60
21.6
38.4

12.96
23.04
36.00

Tunghisteno o Wolframio.

È un metallo che si presenta sotto forma di polvere grigia, e si ricava dalla (Wolframite) Si ottiene in forma omogenia è compatto per compressione ad altisima temperatura, risulta molto duttile tanto da essere usato per filamenti di lampade ad incandescenza e molto usato negli acciai rapidi (fonde alla temperatura di 3100°C (Ps 19,8 Kg/dm^3)

Manganese (Mn) Questo metallo viene usato in siderurgia come deossidante o per la formazione di leghe speciali come: la ghisa speculare. Fonde alla temperatura di 1750°C (Ps 7,4 Kg. dm^3)

PL

Cromo (Cr) è di colore grigio splendente fonde alla temperatura di 1800°C è molto resistente agli agenti atmosferici e chimici, serve anchesso per la fabbricazione degli acciai in quanto molto resistente alla usura, serve anche come metallo di rivestimento (Cromatura) Questa operazione conferisce un aumento di durezza superficialmente agli acciai (Ps 6.7 Kg dm³)

Leghe Industriali

Chiameremo legha metallica il materiale che si ottiene dall'unione di 2 o più metalli o metalloide e che conserva l'aspetto ei caratteri generici dei Metalli che la costituiscono

Leghe di ferro

Premettiamo che il ferro puro ha un limitato impiego industriale, sia perchè presenta qualità mediocri, sia perchè sarebbe troppo elevato il suo costo di produzione

Le più importanti leghe di ferro sono (Le ghise, gli acciai) Costituite sensiolmenti di ferro legato a percentuali variabili di carbonio

Le ghise

Classificazione e propietà

La ghisa è una legha di ferro e carbonio, questultimo contenuto in una percentuale variabili dal 2.5 al 6.6% in generale la ghisa è una lega non malleabili, industrialmente fusibile, poco resistente alla trazione (Carico di rottura) variabile dai 15 ai 25 Kg mm²

La ghisa si classifica nei seguenti tipi
I) ghisa Bianca (d'affinazione)
II) " Grigia (di fonderia)
III) " Speciale

Ghisa Bianca

Alla rottura presenta struttura fina e regolare faccette bianche speculate è durissima, molto fragile onde alla temperatura dai 1050 ai 1100°C contiene una percentuale di carbonio variabile dal 2.5 al 5%. È adoperata per la fabbricazione degli acciai perciò chiamata ghisa d'affinazione

Ghisa grigia

Alla rottura presenta struttura grigia più o meno scuro. La ghisa grigia si lavora bene a freddo fondetta alla temperatura di 1150°C diventando fluidissima e perciò adatta per essere lavorata in fonderia. Alcune varietà della ghisa grigia sono (ghisa trotata Ghisa nera) Ghisa trotata è chiamata così perché la sua fattura a un'aspetto simile alla pelle della trota. ~~Perciò~~
La ghisa nera alla struttura presenta colore nero e grana granelosa quasi tutto il carbonio trovasi allo stato di grafite

Ghisa Speciali

Si chiama anche ferro legha e sono ottenuti aggiungendo alla ghisa commune piccoli percentuali di altri metalli. Le principali qualità di ghisa speciale sono: La ghisa speculare, Il ferro manganese, Il ferro silicio, Il ferro cromio, Il ferro tunghisteno, Il ferro vonario

Acciai

Classificazioni e propietà

Gli acciai si classificano nei seguenti tipi: Acciai ordinari e Acciai speciali

Acciai Ordinari si chiamano così le leghe costituite di ferro e carbonio con un contenuto di carbonio dal 0,10 a 1,7% di carbonio. Queste sono chiamati leghe binarie. Gli acciai contengono in genere anche piccoli dosi di impurità costituito da silicio, magnesio zolfo e forforo. Si ottengono allo stato liquido presentano grana minutissima di colore grigio. Sono duttili, Malleabili, Saldabili

Acciai speciali

Sono leghe che ai componenti essenziali ferro carbonio contengono uno o più elementi metalli o metalloide aggiunti con lo scopo di migliorare le qualità meccaniche e tecnologiche dei prodotti risultanti. Gli elementi che entrano a far parte della composizione degli acciai speciali sono: Il Nichel, Il Cromo, Il Manganesio, Il Silicio, Il tunghisteno.
Gli Acciai si dicono ternari se i componenti sono 3 (ad esempio ferro carbonio e nichel). Si dicono quaternari se i componenti sono 4 (ad esempio ferro, carbonio, nichel, cromo)
L'acciaio al Manganesio resiste all'attrito e a gli urti, è adoperato per crochiani, ~~xx~~ per ruoti di locomotive.
Acciaio al Nichel che a secondo degli usi può contenere Nichel in quantità variabili dal 2 al 45%, il Nichel aumenta la durezza e la Resilienza dell'acciaio e se è contenuto in percentuali elevati rende la lega inossidabile

Acciaio al Cromo presenta una grande durezza, elasticita elevata, resistenza all'usura ed è inossidabile con alto contenuto di ~~[illegible]~~ cromo (13 al 15%) si ottengono gli acciai inossidabili, l'acciaio al cromo è usato per corazze, cuscinetti a sfera

Acciai al Silicio presenta notevoli durezze ed elasticità perciò e adatto per la costruzione di molle.

Gli acciai rapidi e superapidi hanno le propietà conservare la tempera anche se riscaldati alla temperatura di 500°C sono largamente impiegati per la fabbricazione di utenzili per le macchine operative dei metalli consentano forti velocità di lavoro

Acciai autotemperanti

Si chiamano così perchè riscaldati alla temperatura di 1000 e 1300°C ed investendoli con un oggetto all'aria si temperano da soli

Leghe di Rame

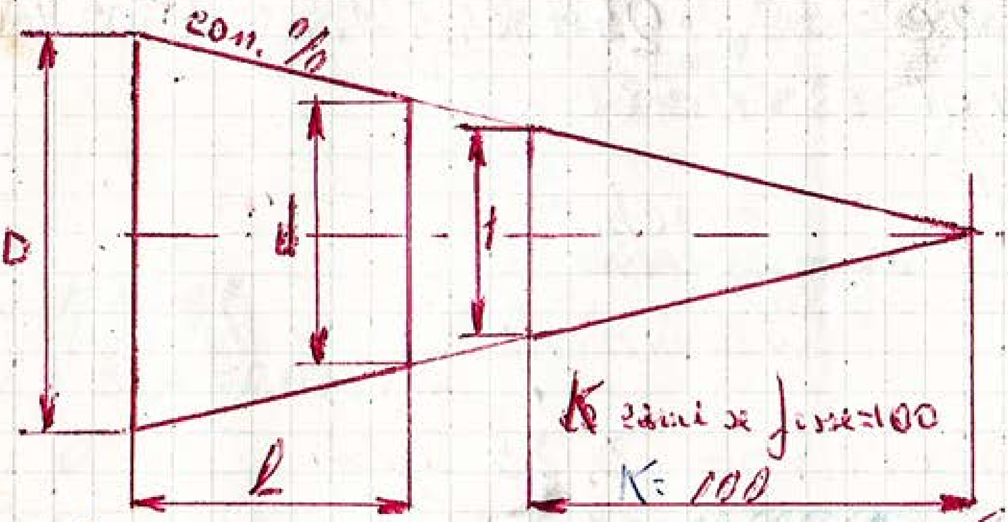
Bronzi: Il bronzo è una lega di colore giallo costituito di Rame e stagno, con una percentuale di stagno non superiore al 25%. A durezza e tenacità maggiore del rame, non si lavora molto bene alle macchine, e fusibile, si lavora bene in fonderia, e malleabile quando contiene molte percentuali di stagno.
Fonde alla temperatura di 900°C
I bronzi si classificano in bronzi ordinari e bronzi speciali i primi costituiti di Rame e stagno, gli altri oltre agli elementi esenziali (Rame e stagno) contengono altri elementi di Zinco, fosforo, Manganese, silicio, e alluminio

Ottoni: l'Ottone è una lega composta di Rame e Zinco, con una percentuale di Zinco non superiore al 45% e di colore giallo. Fonde alla temperatura da 800 a 1000°C. Se contiene molto Zinco è di colore Rosso.
Gli Ottoni si classificano in Ottoni ordinari e Ottoni speciali

Leghe di Alluminio

Sono leghe alborsati sull'alluminio e si conoscono anche sotto il nome di leghe legere. Perchè la loro caratteristica principale è la leggerezza dovuta al basso peso specifico dell'Alluminio. Le leghe di Alluminio si classificano nei seguenti tipi:
Leghe di uso generale, hanno buoni requisiti meccanici, per sostituire, La Ghisa, l'Acciaio ed i Bronzi: Leghe incorrodibili, hanno la proprietà di resistere all'azione corrosiva degli acidi, acqua di Mare che si adoperano per le costruzioni navali

Conicità C% = percentuale



come nel caso precedente avremo (Ri guardante il disegno)

$1 : 100 = (D-d) : l$ da cui $D-d = \frac{l \cdot 1}{100}$

Siccome $D-d = 2S$

Avremo $\frac{l \cdot 1}{100}$ quindi $S = \frac{l}{200}$

La conicità percentuale, significa la variazione del diametro su ogni 100 mm. di lunghezza

$$S = \frac{l}{2K} = \frac{C\% \cdot l}{200} = l \cdot tg\frac{\alpha}{2} = \frac{l}{K}$$

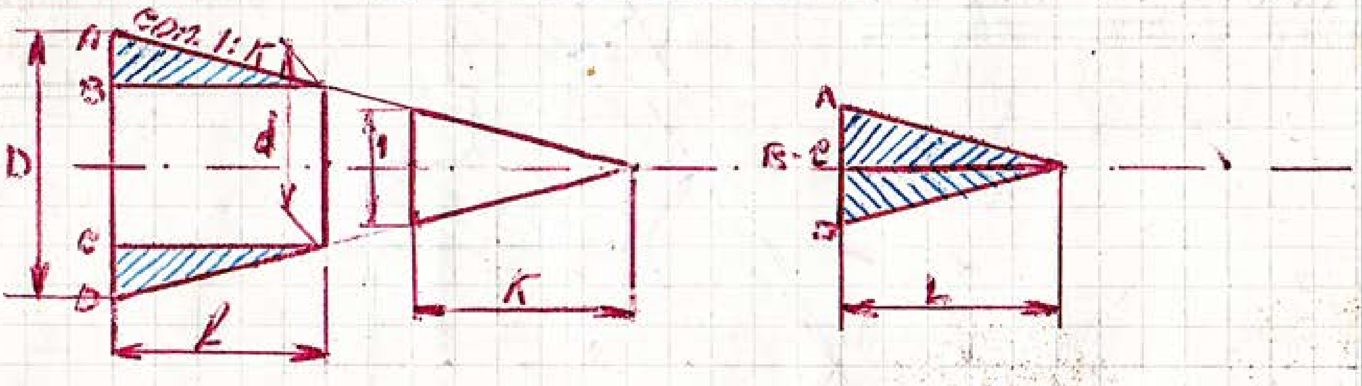
$$K = \frac{100}{C\%} = \frac{1}{2\, tg\frac{\alpha}{2}} = \frac{l}{D-d} = \frac{l}{2S}$$

$$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{C\%}{200} = \frac{S}{l} = \frac{1}{2K} = \frac{D-d}{2}$$

$$C\% = \frac{100}{K} = tg\frac{\alpha}{2} \times 200$$

$$d = D - \frac{C\% \cdot l}{100} = D - (C\% : 100 = (D-d) : l)$$

Conicità 1:K



Avremo $1:K = (AB+CD):\ell$

ma AB e CD rappresentano lo spostamento cioè

$$D-d = 2S = AB+CD$$

sostituendo avremo

$$1:K = 2S:\ell$$

da cui $2S = \dfrac{\ell}{K}$ $S = \dfrac{\ell}{2K} = \dfrac{D-d}{2}$

La conicità 1:K significa che sulla lunghezza K il diametro subisce la variazione di 1 mm.

$$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{2\ell} = \frac{\ell}{2K\ell} = \frac{1}{2K} = tg\frac{\alpha}{2}$$

Pezzo parzialmente conico

$$S = \frac{D-d}{\ell}\cdot\frac{L}{\ell} = \frac{\ell}{2K}\cdot\frac{L}{\ell} = \frac{L}{2K} = S$$

$tg\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{L}{S}$ $D = d + \dfrac{C\% \times \ell}{100}$

$L = tg\dfrac{\alpha}{2}\cdot S$

Problema

$\alpha = 90^\circ$

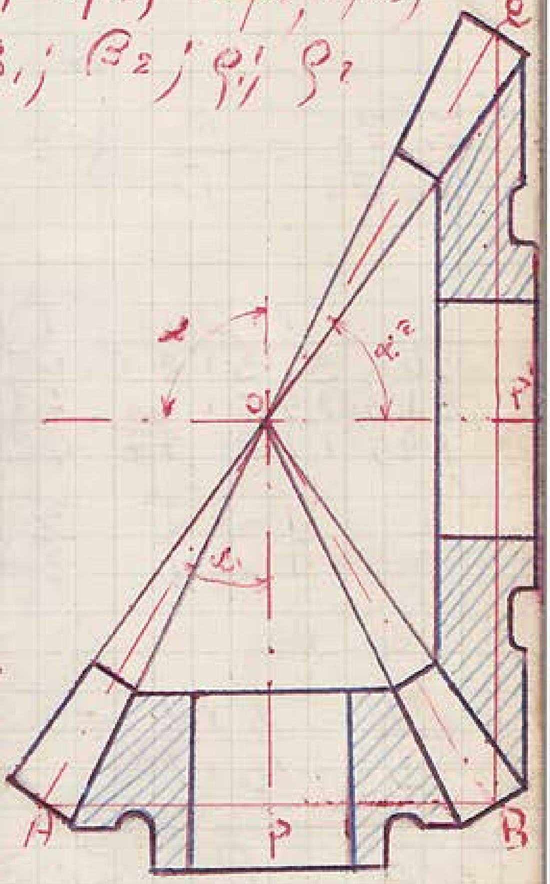
$T = \frac{1}{1,75}$ Determinare

$\alpha_1; \alpha_2; Dp_1; Dp_2; De_1; De_2;$

$Z_1 = 20$

$\gamma_1; \gamma_2; \beta_1; \beta_2; \rho_1; \rho_2$

$m = 3,75$



Soluzione

$Dp_1 = m \cdot z = 3.75 \times 20 = 75$ mm

$Z_2 = Z_1 \times 1,75 = 35$

$Dp_2 = m \cdot z_2 = 3.75 \cdot 35 = 131,25$ mm

$tg\,\alpha_1 = \frac{1}{1,75} = 0,571 = 29^\circ 44'$

$De_2 = m \cdot (z_2 + 2\cos\alpha_2) =$

$= 3,75 \cdot (35 + 2 \cdot 0,49622) = 134,962$ mm

$De_1 = m \cdot (z_1 + 2 \cdot \cos\alpha_1) =$

$= 3.75 \cdot (20 + 2 \cdot 0,8682) = 81,511$ mm

$\alpha_2 = 90^\circ - 29^\circ 44' = 60^\circ 16'$

$\rho_1 = \alpha_2 = 60^\circ 16'$

$\rho_2 = \alpha_1 = 29^\circ 44'$

$tg\,\gamma_1 = \frac{2 \cdot sen\,\alpha_1}{z_1} = \frac{\cancel{2} \cdot 0,495}{\cancel{20}_{10}} = 0,0495 = 2^\circ 49'$

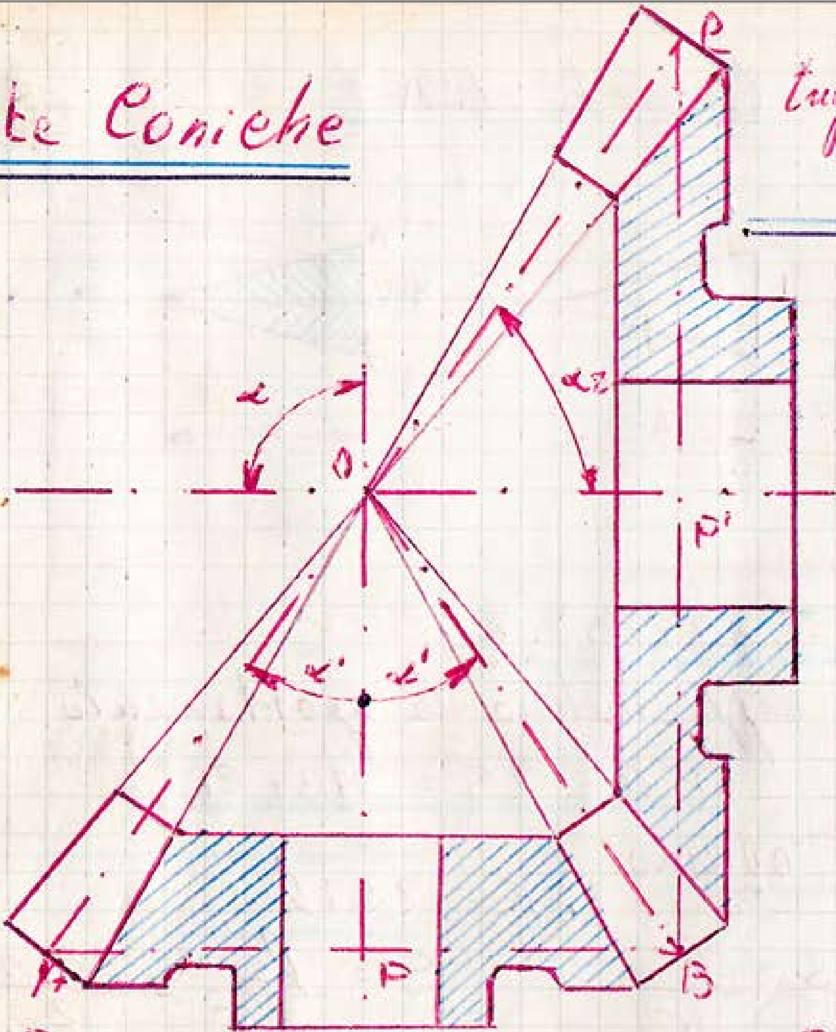
$tg\,\gamma_2 = \frac{2\,sen\,\alpha_2}{z_2} = \frac{2 \cdot 0,868}{35} = 0,0467 = 2^\circ 40'$

$\beta_1 = \alpha_1 + \gamma_1 = 29^\circ 44' + 2^\circ 49' = 32^\circ 33'$

$\beta_2 = \alpha_2 + \gamma_2 = 60^\circ 16' + 2^\circ 40' = 62^\circ 56'$

Ruote Coniche

$tg\,\alpha = \tau$ quando l'angolo $\alpha = 90°$



$AB = D_{p1}$

$BC = D_{p2}$

$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1$

$\alpha = \alpha_2 + \alpha_1$

$OP = P'B = \frac{D_p}{2}$

$$tg\,\alpha_1 = \frac{PB}{OP} = \frac{\frac{D_{p1}}{2}}{\frac{D_{p2}}{2}} = \frac{D_{p1}}{2} \times \frac{2}{D_{p2}} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{n_2}{n_1} = \boxed{tg\,\alpha_1 = \tau}$$

Esempio

$\tau = \frac{2}{3}$ $\quad tg\,\alpha_1 = \frac{2}{3} = 0{,}666 \cong 34°$

$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1 = 90° - 34° = 56°$

$\tau = \frac{2}{3}$; $m = 3$; $Z = 34$

$D_{p1} = m \times Z_1$

$Z_2 = \frac{Z_1 \times 3}{2} = 36$

$D_{p2} = m \times Z_2$

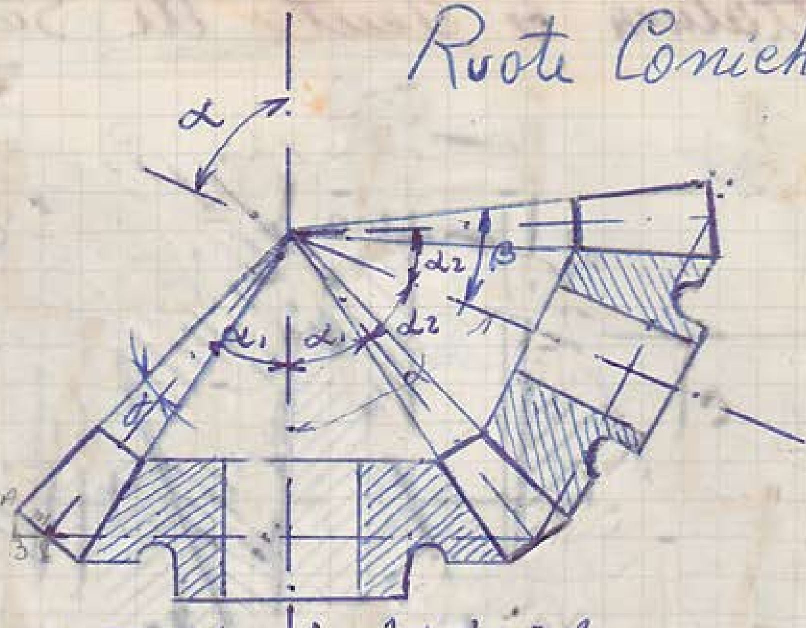
$D_{e1} = m \cdot (Z_1 + 2\cos\alpha_1)$

$D_{e2} = m \cdot (Z_2 + 2\cos\alpha_2)$

Ruote Coniche

$\alpha < 90^\circ$

t = trasmissione



$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\frac{1}{t} + \cos\alpha}}$$

$BC = m \cdot \cos\alpha$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = t = \frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\cos\alpha_1} = \frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha_2} \quad ; \quad \alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$$

$$t = \frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha_2} \quad ; \quad \left.\begin{array}{l} \alpha_2 = (\alpha - \alpha_1) \\ \operatorname{sen}\alpha_2 = \operatorname{sen}(\alpha - \alpha_1) \end{array}\right\}$$

sappiamo che $\{ \operatorname{sen}\alpha_2 = \operatorname{sen}(\alpha - \alpha_1) = \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha_1 - \operatorname{sen}\alpha_1 \cdot \cos\alpha$

allora sostituiamo $t = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha_2} = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha_1 - \operatorname{sen}\alpha_1 \cdot \cos\alpha}$

si divide la frazione per $(\cos\alpha_1)$

$$t = \frac{\frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\cos\alpha_1}}{\frac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha_1}{\cos\alpha_1} - \frac{\operatorname{sen}\alpha_1 \cos\alpha}{\cos\alpha_1}} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_1 \cdot \cos\alpha}$$

$$t = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_1 \cdot \cos\alpha} \quad ; \quad t = (\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_1 \cdot \cos\alpha) = \operatorname{tg}\alpha_1$$

$$t \cdot \operatorname{sen}\alpha - t \cdot \operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_1$$

$$\frac{\cancel{t} \cdot \operatorname{sen}\alpha}{\cancel{t} \cdot \operatorname{tg}\alpha_1} - \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 \cdot \cos\alpha}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{t \cdot \operatorname{tg}\alpha_1}$$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha_1} - \cos\alpha = \frac{1}{t} \quad ; \quad \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{1}{t} + \cos\alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\frac{1}{t} + \cos\alpha}$$ ← formula definitiva

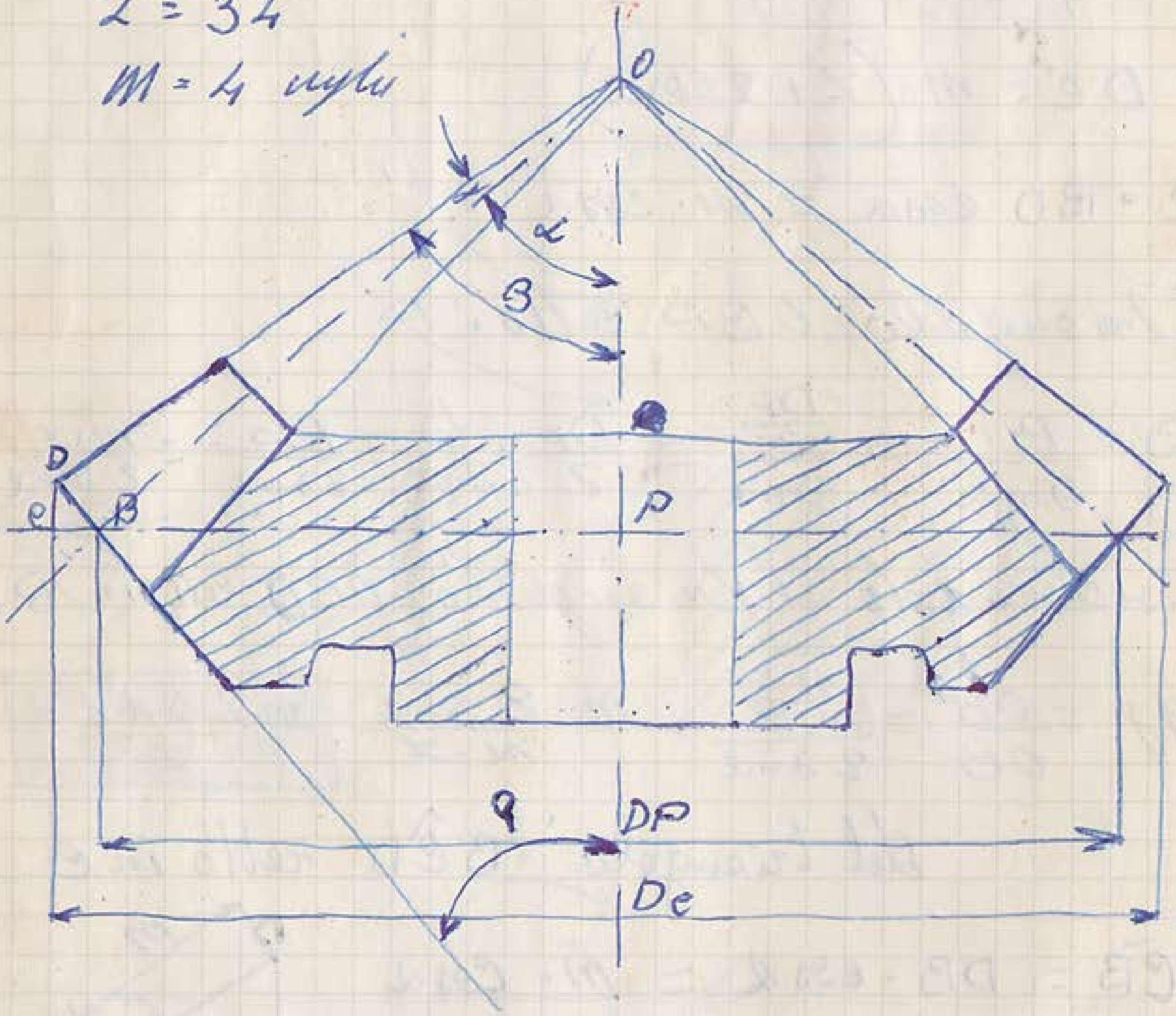
8

Trovare Dp, De, β, γ, ρ

$\alpha = 45^\circ$

$Z = 34$

$M = 4$ mm



$Dp = m \cdot z = 4 \cdot 34 = 136$

$De = Dp + 2m \cdot \cos\alpha = 136 + 8 \times 0{,}70711 =$

$= 5{,}75688 + 136 = 141{,}75688$ mm

$tg\,\gamma = \dfrac{2\,sen\,\alpha}{z} = \dfrac{2 \times sen\,45^\circ}{34} = \dfrac{2 \times 0{,}70711}{34} =$

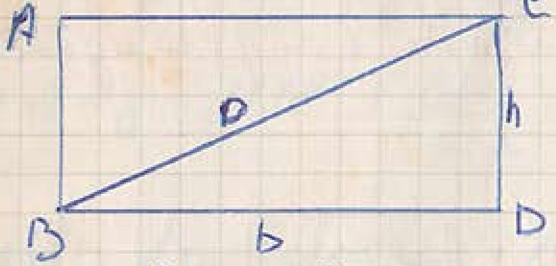
$= \dfrac{1{,}41422}{34} = 0{,}0415 = 2^\circ 23'$

$\beta = \alpha + \gamma = 45^\circ + 2^\circ 23' = 47^\circ 23'$

$\rho = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

Geometria del rettangolo

Il triangolo è una figura piana dele quattro lati a due a due uguali e quattro angoli uguali retti



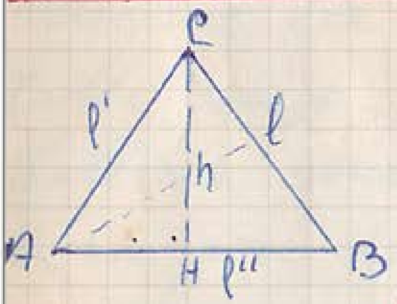
Regole $\boxed{A = b \cdot h}$ da cui $\boxed{b = \frac{A}{h}}$; $\boxed{h = \frac{A}{b}}$

$\boxed{P = 2b + 2h = 2 \cdot (h+b)}$ da cui

$\boxed{b = \frac{P-2h}{2}}$ $\boxed{h = \frac{P-2b}{2}}$

Geometria del triangolo

Il triangolo è un poligono di 3 lati a 3 angoli e 3 vertici



$\boxed{A = \frac{b \cdot h}{2}}$ da cui $\boxed{b = \frac{2A}{h}}$

$\boxed{h = \frac{2A}{b}}$ $\boxed{P = l \times l' \times l''}$

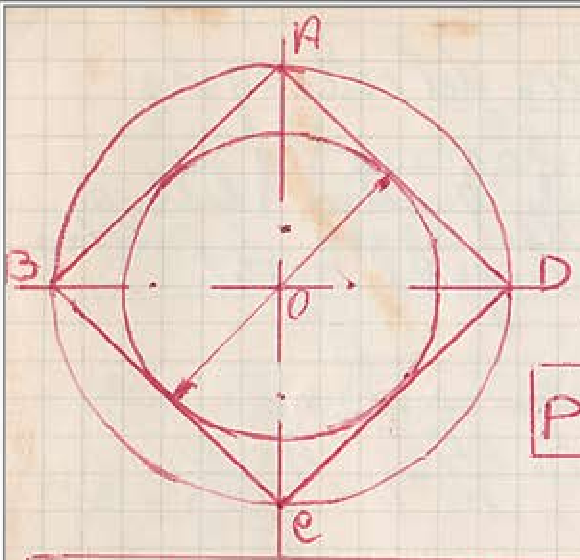
formula di erone

$\boxed{A = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b)(p-c)}}$

$\boxed{p = \frac{a+b+c}{2}}$

p = semiperimetro

Vale per tutti i triangoli



Geometria del quadrato

X

Il quadrato è una figura piana regolare: 4 lati uguali 4 angoli uguali retti

Regole:

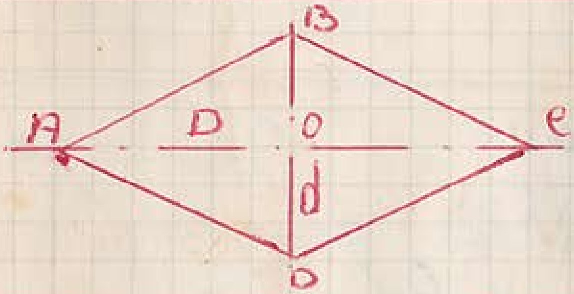
$\boxed{P = l \cdot 4}$; $\boxed{l = \frac{P}{4}}$ $\boxed{l = \sqrt{A}}$

$\boxed{D = l \cdot \sqrt{2} = l \cdot 1{,}41}$; $\boxed{l = \frac{D}{1{,}41}}$

$\boxed{A = l^2}$ $\boxed{A = \frac{D^2}{2}}$

L'area del cerchio al quadrato si ottiene moltiplicando pi-greco per la diagonale al quadrato e dividendo per 4

$$A = \frac{D^2 \cdot 3{,}14}{4}$$



Geometria del rombo o (losanga)

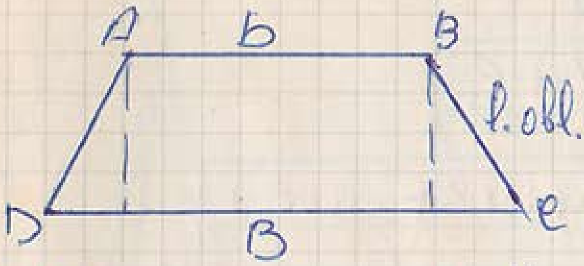
Il rombo è una figura piana che ha i lati uguali e gli angoli a 2 a 2 uguali

$\boxed{A = \frac{D \cdot d}{2}}$ $\boxed{D = \frac{A \cdot d}{2}}$ $\boxed{d = \frac{A \cdot D}{2}}$

$\boxed{P = l \cdot 4}$; $\boxed{l = \frac{P}{4}}$ $\boxed{b = \frac{S}{h}}$

$\boxed{h = \frac{S}{b}}$

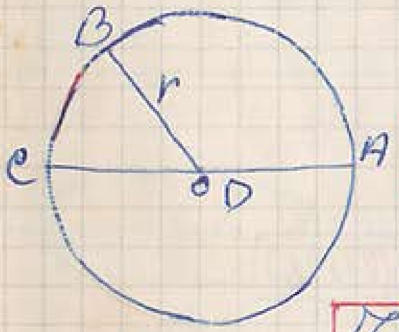
Geometria trapezio



$\boxed{A = \frac{B+b}{2} \cdot h}$ da cui $\boxed{B = \frac{2A}{h} - b}$; $\boxed{b = \frac{2A}{h} - B}$

$\boxed{h = \frac{2A}{B+b}}$

Geometria della circonferenza



$\boxed{A = \pi \cdot r^2}$

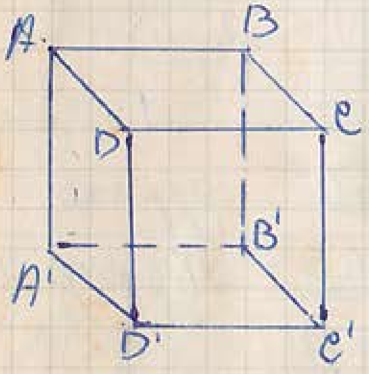
$\boxed{C = 2\pi r}$

$\boxed{r^2 = \frac{A}{\pi}}$

$\boxed{r = \frac{C}{2\pi}}$ $\boxed{r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}}$ $\boxed{d = \frac{C}{\pi}}$

$\boxed{d = 2 \times \sqrt{\frac{A}{\pi}}}$ $\boxed{r = \sqrt{\frac{D^2}{4}}}$

Cubo



$\boxed{Sl = 4l^2}$ $\boxed{St = 6l^2}$

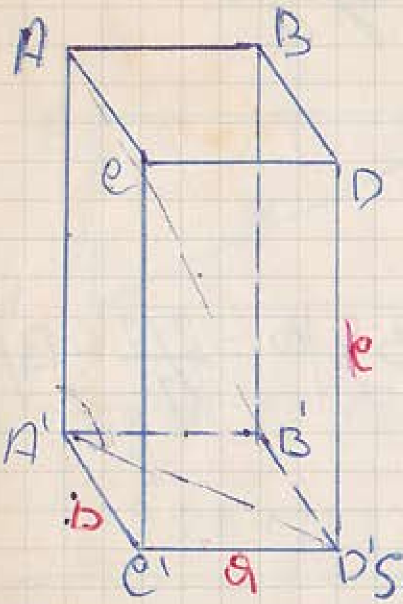
$\boxed{V = l^3}$

$\boxed{l = \sqrt{\frac{Sl}{4}}}$ $\boxed{l = \sqrt{\frac{St}{6}}}$

$\boxed{l = \sqrt[3]{V}}$

$\boxed{d = l \cdot \sqrt{3}}$

Parallelepipedo



$$\boxed{Sl = 2(a+b)\cdot c}$$

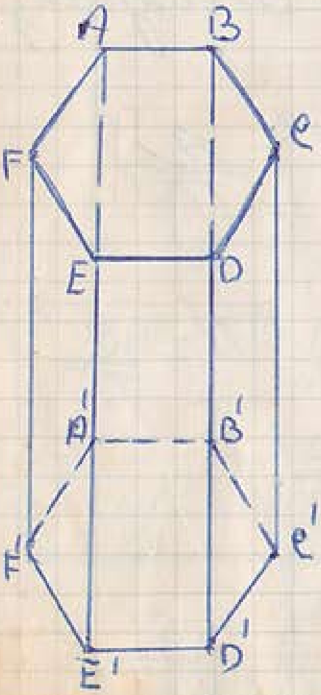
$$\boxed{St = 2(a \times b + b \times c + a \times c)}$$

$$\boxed{V = a \times b \times c} \qquad \boxed{Sl = 2(a \times c + b \cdot c)}$$

$$\boxed{d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$Sl = Pb \cdot h$ $\qquad ST = Sl + 2Sb$

Prisma



$$\boxed{Sl = P \cdot h}$$

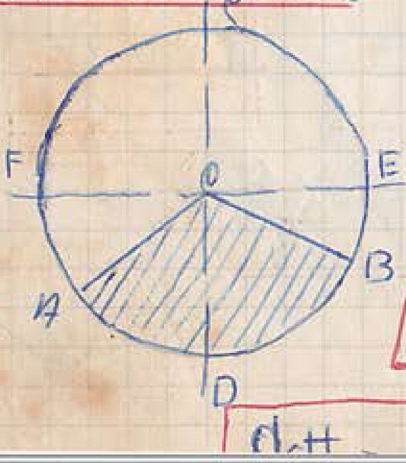
$$\boxed{St = St + (2 \cdot Ab)}$$

$$\boxed{Ab = \frac{P \cdot a}{2}} \qquad \boxed{h = \frac{V}{Ab}} \qquad \boxed{h = \frac{Sl}{P}}$$

$$\boxed{Ab = \frac{V}{h}}$$

$$\boxed{P = \frac{Sl}{h}} \qquad \boxed{V = Ab \cdot h}$$

settore circolare



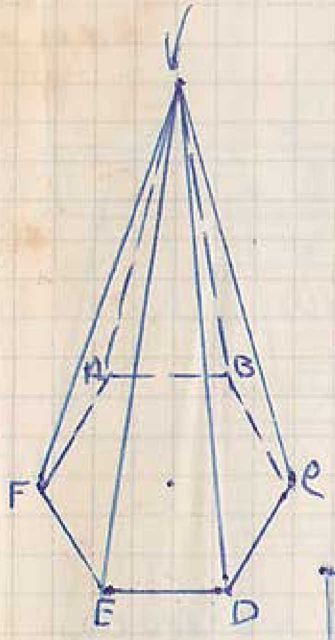
$$\overset{L}{2\pi r} : n^\circ = \overset{C}{2\pi R} : 360^\circ \quad \text{oppure}$$

$$\pi r^2 : n^\circ = \pi R^2 : 360^\circ \rightarrow \text{Proporzione}$$

$$\boxed{Ast = \pi r^2 = \frac{3.14 \times R \times n^\circ}{360^\circ}}$$

$$\boxed{Larco = \frac{2\pi R \cdot n^\circ}{360^\circ} = 2\pi r}$$

Piramide



$$Sl = \frac{P \cdot al}{2} \qquad St = Sl + Ab$$

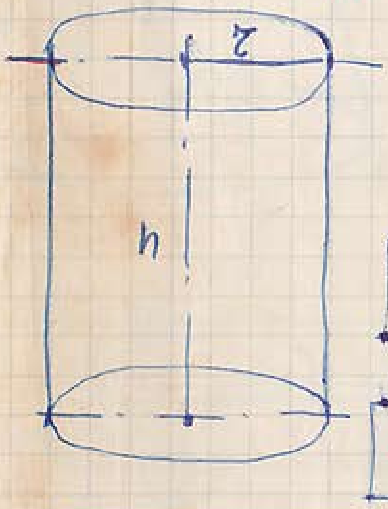
$$V = \frac{Ab \cdot h}{3} \qquad h = \frac{Sl \times 2}{Pb}$$

$$h = \frac{3V}{Ab} \qquad Ab = \frac{3V}{h}$$

$$al = \frac{2Sl}{Pb} \qquad P = \frac{2Sl}{al}$$

$$Sl = \frac{al \cdot P}{2} \qquad Sl = \frac{P \cdot a}{2}$$

Cilindro



$$Sl = 2\pi r \times h \qquad St = 2\pi r \cdot (h + r)$$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

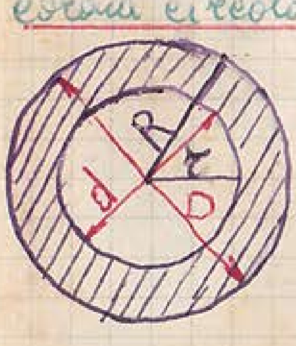
$$r = \frac{Sl}{2\pi h} \qquad h = \frac{Sl}{2\pi r}$$

$$h + r = \frac{St}{2\pi r} \qquad h = \frac{St}{2\pi r} - r$$

$$h = \frac{V}{\pi r^2} \qquad r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

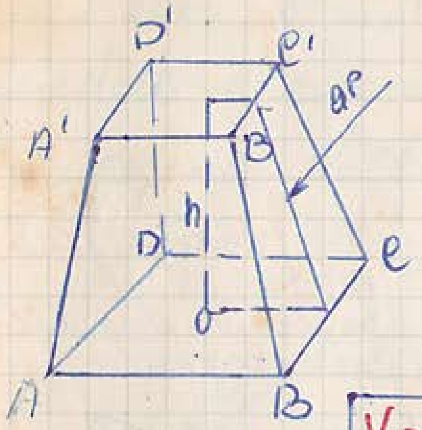
corona circolare

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \quad \text{oppure} \quad A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$



x

Tronco di piramide



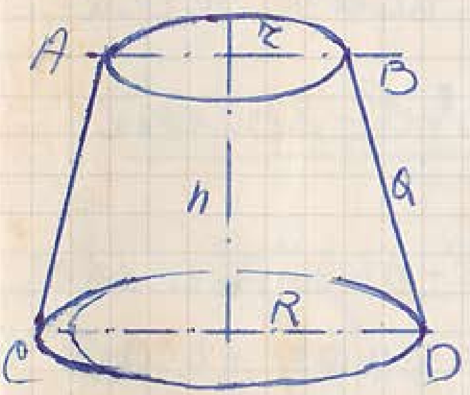
$\boxed{P' \; P = \text{i 2 perimetri}}$

$$\boxed{Sl = \frac{P + P'}{2} \times a}$$

$$\boxed{St = Sl + Ab_1 + Ab}$$

$$\boxed{V = \frac{1}{3}\left(Ab' + Ab + \sqrt{Ab' \times Ab}\right)}$$

Tronco di cono



$$\boxed{Al = \frac{2\pi r + 2\pi r}{2} \times a}$$

$$\boxed{Sl = \frac{\cancel{2}\pi(R+r)}{\cancel{2}} \times a}$$

$$\boxed{Sl = \pi \cdot (R+r) \cdot a}$$

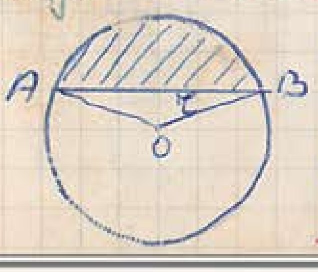
$\boxed{St = Sl + 2Ab}$ sostituendo i valori si ha

$\boxed{St = \pi(r+R) \cdot a + \pi r^2 + \pi R^2}$ in evidenza π

$$\boxed{St = \pi[(R+r) \cdot a + r^2 + R^2]}$$

$$\boxed{V = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot (R^2 + r^2 + r \times R)}$$

segmento circolare

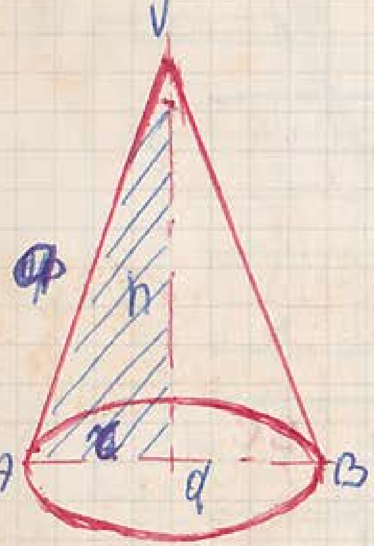


$$Asg. : \pi r^2 = n° : 360°$$

$\pi r^2 : 360 =$

$$Aseg = \frac{\pi r^2}{360} \cdot n°$$

Cono



$\boxed{Sl = \pi r \cdot a}$ $\boxed{St = Sl + \pi r^2}$

$\boxed{V = \frac{A_b \cdot h}{3}} = \boxed{\frac{\pi r^2 \times h}{3}}$

$\boxed{h = \frac{3V}{\pi r^2}}$ $\boxed{r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}}$

$\boxed{a^2 = h^2 + r^2}$ → teorema pitagora

$\boxed{h^2 = a^2 - r^2}$ $\boxed{r^2 = a^2 - h^2}$

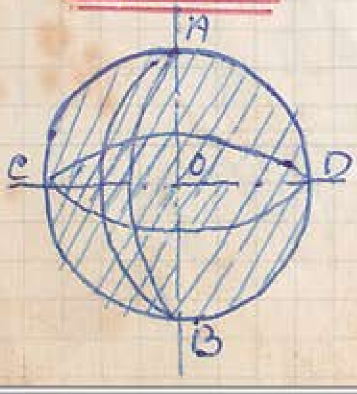
Cono equilatero

$\boxed{a_p = d}$

$\boxed{Sl = 2\pi r^2}$ $\boxed{St = Sl + \pi r^2}$

$\boxed{V = \frac{3}{3}\pi r^3} = \boxed{0{,}577\,\pi r^3}$

SFERA



$A = 4 \cdot 3.14\, r^2 = 4\pi r^2$

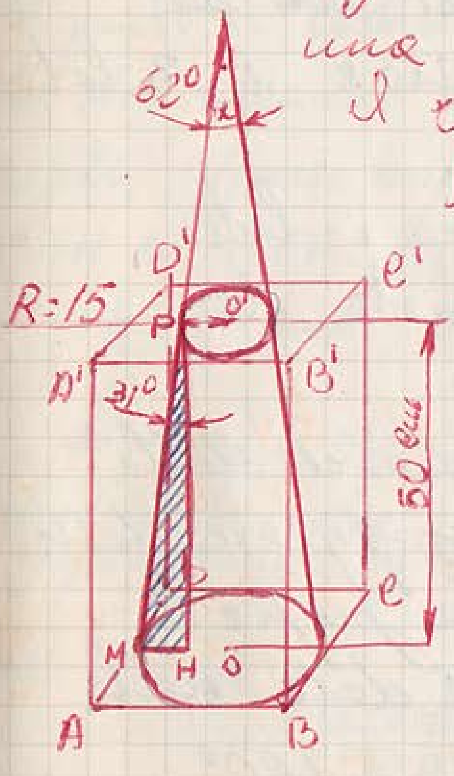
$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 4{,}18 \times r^3$

$r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}}$

X

Problema asportato

Calcolare il peso V di un quadrangolare di ferro, che c'è stata eseguita una cavità la cui $\alpha = 60°$
il raggio del cerchio piccolo è cm 15
l'altezza = 50 cm



$D = tg \frac{\alpha}{2} \times 2l + d = 90,086$

$V = \frac{1}{3} h \pi (R^2 + r^2 + R \cdot r) = \frac{1}{3} \times 50 \times \frac{31,4}{10} \cdot (15^2 + 15^2 + R \times r)$

$V = 205,9$

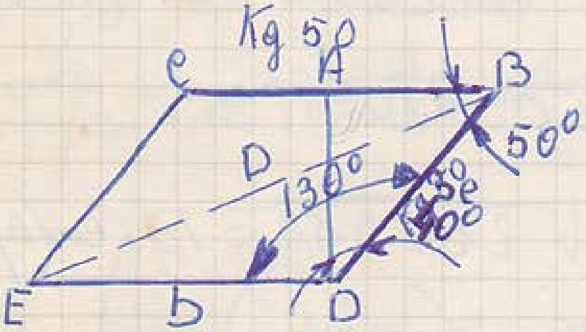
$P = 205,9 \times 7,8 = 160,602$ Kg

Problema

Date due forze di intenzità rispettivamente Kg 30 e 50. Essi formano tra di loro un angolo di 50°, determinare la risultante che queste formano

Soluzione

$$\text{dati} \begin{cases} I' = \text{Kg } 30 \\ I'' = \text{Kg } 50 \\ \text{angolo } 50^\circ \end{cases}$$



$AB = BD \cdot \text{sen } 40^\circ = 30 \cdot 0{,}643 = 19{,}29$

$CA = CB - AB = 50 - 19{,}29 = 30{,}71$

$AD = 30 \cdot \text{sen } 50^\circ = 30 \cdot 0{,}776 = 22{,}98$

$EB^2 = ED^2 + DB^2 - ED \cdot DB \cdot 2 \cdot \cos 130^\circ$ (− si trova nel II° quadrante)

il coseno cambia segno

$EB^2 = 50^2 + 30^2 + 50 \cdot 30 \cdot 2 \cdot \cos 50 =$

$= 2500 + 900 + 1500 \cdot 2 \cdot 0{,}643 =$

$= 3400 + 1829 = 5229$

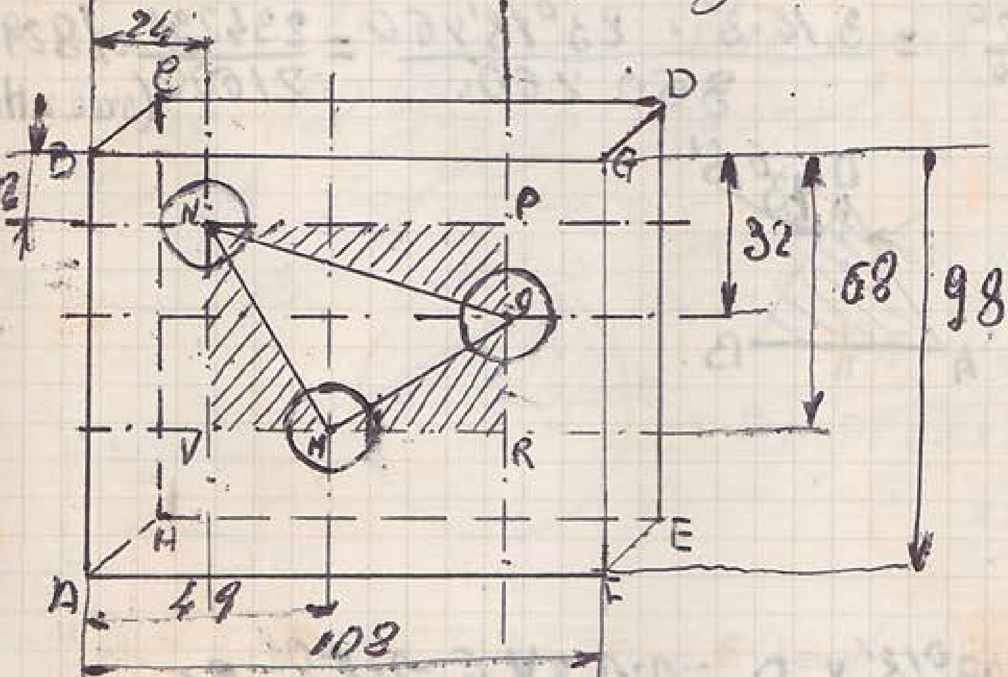
$EB^2 = 5229$

$EB = \sqrt{5229} = 72{,}5$

Problema

Su una piastra di ferro delle dimensioni di 108, 98, 22 bisogna eseguire tre fori come indicato in figura. Essendo determinante il valore degli interassi, si calcoli tale valore e il peso della piastra finita sapendo che il diametro dei fori è di mm 18

Soluzione



$\overline{NV} = 68 - 12 = 56$ mm ; $\overline{VM} = 49 - 24 = 25$ mm

$\overline{MR} = 92,6 - 49 = 43.6$; $\overline{OR} = 68 - 32 = 36$ mm

$\overline{OP} = 32 - 12 = 20$ mm ; $NP = 92,6 - 24 = 68,6$

$\overline{NM} = \sqrt{56^2 + 25^2} = \sqrt{3136 + 625} = \sqrt{3861} = 62,1$ mm (interasse)

$\overline{MO} = \sqrt{43,6^2 + 36^2} = \sqrt{1900,96 + 1296} = \sqrt{3196,96} = 56,5$ mm

$\overline{NO} = \sqrt{20^2 + 68,6^2} = \sqrt{4705,96 + 400} = \sqrt{5105,96} = 71,4$ mm

$V_c = r^2 \cdot \pi \cdot h = 5595,48$ mm³ ; $V_{4c} = 5595,48 \times 4 = 16786,64$ mm³

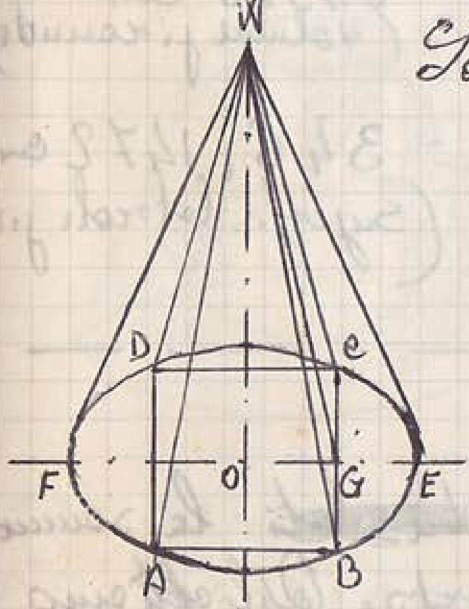
$V_p = (108 \cdot 98 \cdot 22) - 16786,64 = 218041,56$ mm³ ; $P = 218041,56 \cdot 7,8 = 1,69528$ Kg.

(Volume prisma) Peso

Problema

Un cono di vertice W, l'altezza è $\frac{4}{3}$ del raggio di base e l'apotema di cm 15.
Determinare l'altezza il raggio di base del cono, il volume e l'area della superficie laterale della piramide avente per vertice W e per base il quadrato nel cerchio di base del cono

(Abilitazione Magistrale



Soluzione

$$\overline{OE} = \sqrt{\overline{WE}^2 - \left(\frac{4}{3}\overline{OE}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\overline{WE}^2 - \frac{16}{9}\overline{OE}^2}$$

$$\overline{OE}^2 = \overline{WE}^2 - \frac{16}{9}OE^2$$

$$WE^2 = \overline{OE}^2 + \frac{16}{9}\overline{OE}^2 = \frac{9+16}{9}OE^2 =$$

$$= \overline{WE}^{\cancel{2}} = \frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \cdot \overline{OE}^{\cancel{2}} = \overline{WE} = \frac{5}{3}\overline{OE} = 15$$

$$\overline{OE} = \frac{15}{\frac{5}{3}} = \overset{3}{\cancel{15}} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 9 \text{ cm (raggio)}$$

$$\overline{WO} = \frac{4}{3} \cdot \overline{OE} = \frac{4}{\underset{1}{\cancel{3}}} \cdot \overset{3}{\cancel{9}} = 12 \text{ cm altezza}$$

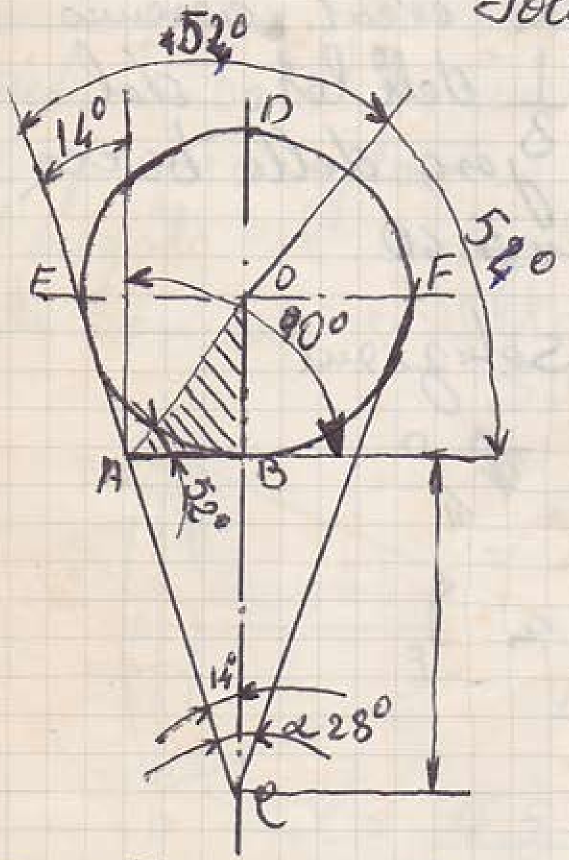
$$\overline{AB} = \overline{EO} \cdot 1,414 = 12,726 = \text{(lato del quadrato}$$

Problema

Calcolare il diametro da assegnare al rullino di una filettatura di 28° avente la distanza a = 22 mm

Soluzione

dati $\begin{cases} \alpha = 28 \\ a = 22 \text{ mm} \end{cases}$



$\overline{AB} = \overline{BC} \cdot tg 14° = 22 \cdot 0,249 = 5,478$ mm

l'angolo $F\hat{A}B$ è tangente alla circonferenza quindi unendo il vertice A con il centro O divide l'angolo in due parti uguali

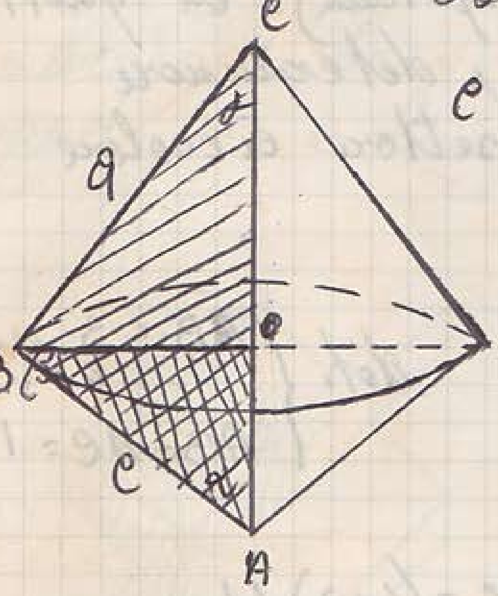
$\overline{OB} = \overline{AB} \cdot tg 52° = 5,478 \cdot 1,279 = 7,006$ = raggio

$\overline{FE} = OB \times 2 = 7.006 \cdot 2 = 14,012$ mm (diametro)

Problema

In un triangolo rettangolo l'ipotenusa è di cm 35 e il rapporto dei cateti è $\frac{3}{4}$. Calcolare il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa del triangolo attorno all'ipotenusa.

Soluzione



$c = a \times \tan\gamma$

$\tan\gamma = \frac{c}{a} = \frac{3}{4} = \tan 0{,}75 = 36°35'$

$c = \overline{CA} \cdot \sin\gamma = 35 \cdot \sin 36°35' =$

$= 35 \cdot 0{,}60 = 21$ cm (cateto c)

$a = \sqrt{35^2 - 21^2} = \sqrt{1225 - 441} = \sqrt{784} = 28$ cm

$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AO}$

$\overline{AO} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}} = \frac{21^2}{35} = \frac{441}{35} = 12{,}6$

$\overline{BO} = \sqrt{21^2 - 12{,}6^2} = \sqrt{441 - 158{,}76} = \sqrt{282{,}24} = 16{,}8$ cm

$\overline{OC} = \overline{CA} - \overline{OA} = 35 - 12{,}6 = 22{,}4$ cm

$Ab = r^2 \cdot \pi = 282{,}24 \cdot 3{,}14 = 886{,}68$ cm²

V.(cono grande) $= \frac{\pi r^2 \times CO}{3} = \frac{3{,}14 \cdot 282{,}24 \cdot 22{,}4}{3} = 6620{,}544$ cm³

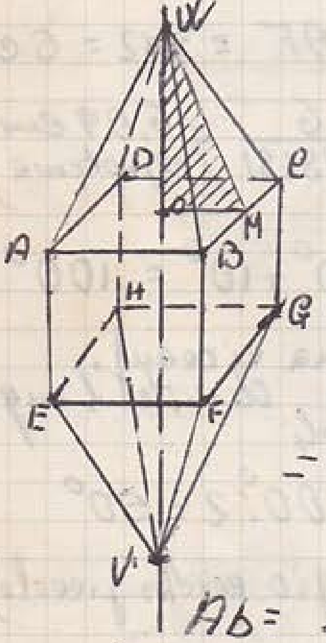
V.(cono picc.) $= \frac{\pi r^2 \times OA}{3} = \frac{3{,}14 \cdot 282{,}24 \cdot 16{,}8}{3} = 3722$ cm³

V.(tutto il solido) = Vcg. + Vcp. = 6620,544 + 3722 = 10342,544 cm³

Problema

Le due faccie opposte di un cubo sono le basi di due piramide regolari rette. Il cubo a lo spigolo di cm 18 mentre la distantza fra i due vertici (estremi al cubo) delle piramide e di 42 cm il solido e di bronzo. Quanto pesa Ps 8.15 Quanto è la superficie laterale

Soluzione



$\overline{VO} = \frac{42-18}{2} = \frac{\cancel{24}^{12}}{\cancel{2}}$ cm = (altezza piram)

$\overline{OM} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{18}{2} = 9$ cm (apotema quadrato)

$\overline{VM} = \sqrt{VO^2+OM^2} = \sqrt{12^2+9^2} = \sqrt{144+81} =$
$= \sqrt{225} = 15$ cm (apotema piramide)

$Ab = l^2 = 18^2 = 324$ cm^4 (area di base)

$Al = \frac{Ab \cdot h}{3} = \frac{324 \cdot 12^4}{\cancel{3}} = 1299$ cm^2 (area laterale piramide)

~~V~~cubo $= l^3 = 18^3 = 5823$ = (Volume cubo) cm^3

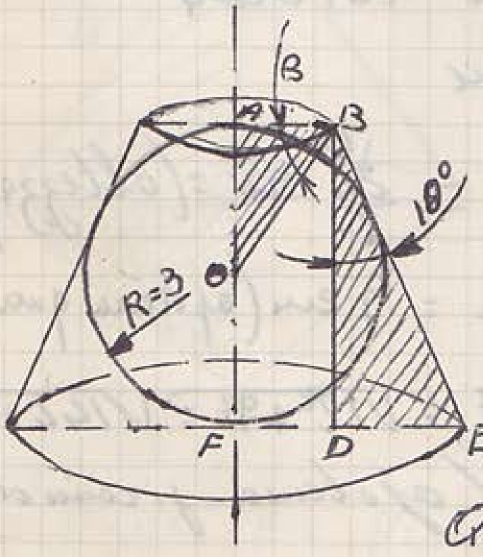
$At = 5823 + 1299 + 1299 = 8430$ cm^2 (area di tutto il solido)

Peso = $P = 8430 \cdot 8{,}5 = 6870{,}45$ Kg.

Problema

Un tronco di cono è circoscritto in una sfera avente il raggio 3 cm, sapendo che l'apotema è inclinata di 10° rispetto all'altezza. Calcolare la superficie laterale e il volume del tronco di cono

Soluzione



$\overline{BD} = 2R = D = \overline{AF} = 3 \times 2 = 6$ cm

$a_p = \overline{BE} = \dfrac{\overline{BD}}{\cos 10^\circ} = \dfrac{6}{0.98481} = 6.09$ cm (Apotema)

l'angolo $A\hat{B}E = 90^\circ + 10^\circ = 100^\circ$

un angolo tang. a una circonf. tirando la bisettrice divide l'angolo in due parti uguali

Quindi: $\beta = 100^\circ : 2 = 50^\circ$

$\overline{AB} = \overline{AO} \times \text{cotg.}\,\beta = 3 : 0{,}89 = 2{,}67$ (raggio cerchio piccolo)

$\overline{DE} = \overline{BD} \cdot \text{tng.}\,\beta = 6 \cdot 0{,}1853 = 1{,}1118$ cm

$FE = \overline{AB} + DE = 2{,}67 + 1{,}1118 = 3{,}7818$ cm (ragg. cerchio grande)

$Sl = \pi \cdot (R + r) \cdot ap. = 3{,}14 \cdot 6{,}4518 \cdot 6{,}09 = 123{,}298749$ cm^2 (Superf. laterale)

$V = \dfrac{\pi \cdot h}{3} \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r) =$

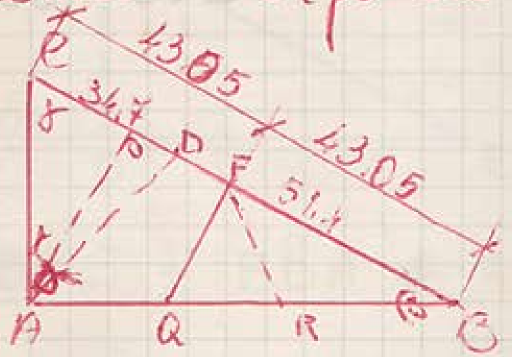
$= \dfrac{3{,}14 \cdot \cancel{6}^{3}}{\cancel{3}} \cdot (3{,}7818^2 + 2{,}67^2 + 3{,}7818 \cdot 2{,}67) =$

$= 3{,}14 \cdot 6 \cdot (14{,}2884 + 7{,}2189 + 10{,}217406) =$

$= 18{,}84 \cdot 31{,}724706 = 597{,}49992104$ cm^3 (Volume tronco di cono)

Problema

La bisettrice dell'angolo retto divide l'ipotenusa in due segmenti che misurano rispettivamente cm 34,7 e cm 51,4. Calcolare i due cateti e l'altezza relativa all'ipotenusa



Soluzione

$\frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} = \frac{51,4}{34,7} = 1,48$ rapporto

$\beta = 42°16'$

$\frac{\overline{BR}}{\overline{QR}} =$ rapporto $= 1,48$

$\gamma = \alpha - \beta = 90° - 42°$

$89°60' - 42°16'$

$\overline{QR} = \frac{\overline{CB}}{\text{rapporto}} = \frac{86,1}{1,48} = 58,17$

$\gamma = 47°44'$

$CA = 57,9$

$\text{sen}\beta = \frac{FB}{QB} = \frac{43,05}{58,17} = 0,74007$

$\overline{AB} = CB * \cos\beta = 86,1 \cdot 0,74007 = 63,72$

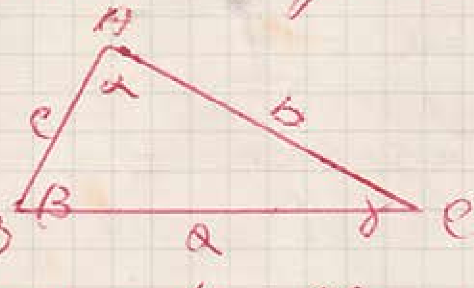
$\overline{CA} = \sqrt{\overline{CB}^2 - \overline{AB}^2} = AB * \text{tg}\beta = \overline{CB} \cdot \text{sen}\beta$

$\overline{AO} = \overline{CA} \cdot \cos\gamma = \overline{CA} * \cos\beta$ perché sono angoli complementari

$\overline{AO} = \overline{CA} \times \cos\gamma' = 57,9 \times 0,74007 =$
$= 42,85$ (altezza relativa all'ipotenusa

Problema

Di un triangolo rettangolo conosciamo i due cateti che sono cm 18 e 11 trovare l'ipotenusa, β, γ



Soluzione

dati $\begin{cases} b = 18 \text{ cm} \\ c\ 11 \text{ cm} \end{cases}$

$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{c} = \frac{18}{11} = 1{,}636$

$\beta = 58^\circ 34'$

$\gamma = \alpha - \beta = 90^\circ\ 58^\circ 34' = 31^\circ 26'$

$a = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = \frac{11}{\operatorname{sen} 31^\circ 26'} = \frac{11}{0{,}521} = 21$

$$\left(\frac{9}{16} + x\right) : x = \left(x + \frac{49}{64}\right) : \frac{49}{64}$$

si applica la proprietà del componendo

$$\left(\frac{9}{16} + \cancel{x} - \cancel{x}\right) : x = \left(x + \cancel{\frac{49}{64}} - \cancel{\frac{49}{64}}\right) : \frac{49}{64}$$

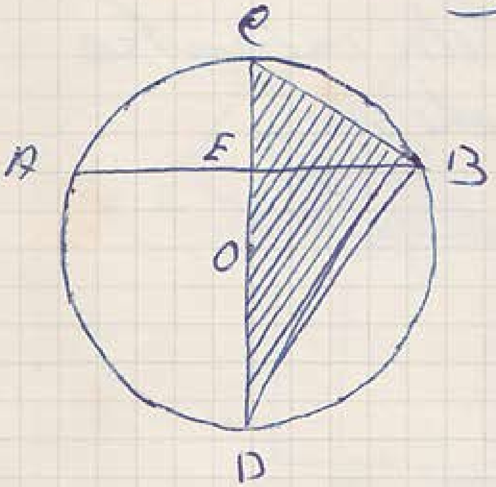
$$\frac{9}{16} : x = x : \frac{49}{64}$$

$$x = \sqrt{\frac{9}{16} \times \frac{49}{64}} = \sqrt{\frac{441}{1024}} = \frac{21}{32}$$

Problema

Una corda di un cerchio è cm 22.4 e la saetta dell'arco che la sottende è cm 6,4, trovare il raggio del cerchio

Soluzione



$$\overline{ED} = \frac{\overline{EB}^2}{\overline{CE}} = \frac{11{,}2^2}{6{,}4} = \frac{125{,}44}{6{,}4} = 19{,}6 \text{ cm}$$

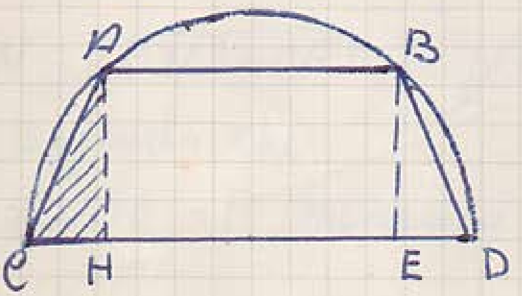
$$\overline{CD} = \overline{ED} + \overline{EC} = 19{,}6 + 6{,}4 = 26 \text{ cm}$$

$$\overline{DO} = \frac{CD}{2} = \frac{\cancel{26}^{13}}{\cancel{2}_{1}} = 13 \text{ (raggio)}$$

Problema

In una semicirconferenza e iscritto un trapezio isoscile. Trovare il perimetro sapendo che uno dei lati obliqui misura cm 12,3 e la sua proiezione sulla base maggiore ei $\frac{3}{5}$ di esso

Soluzione



$$\overline{CH} = 12,3 \times \frac{3}{5} = \frac{36,9}{5} = 7,38 \text{ cm}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{CA^2 - CH^2} = \sqrt{151 - 54,46} = \sqrt{96,54} = 9.8 \text{ cm}$$

$$\overline{CE} = \frac{9,8^2}{7,38} = 13 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 13 + 7,38 = 20,38 \text{ (base magg.)}$$

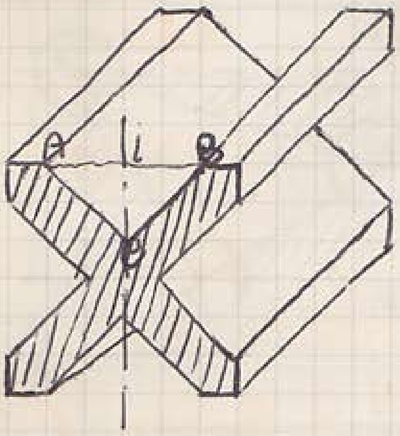
$$\overline{AB} = 13 - 7,38 = 5,62 \text{ (,, minore)}$$

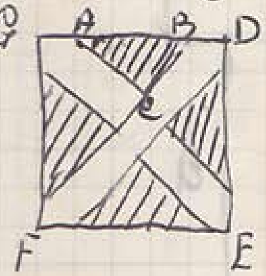
$$P = (5,62 + 20,38 + 12,3 + 12,3) = 48,6 \text{ cm (perimetro)}$$

Problema

Una barra di acciaio di P.S. = 7,8
a la sezione ad X dele sezione si è ricavata
togliendo da un quadrato di cm 7,2 quattro
triangoli rettangoli isosceli avent. ciascuno
l'ipotenusa uguale a $\frac{1}{3}$ dell lato del
quadrato. Trovare il peso della barra
sapendo che è lunga cm 5,40

Soluzione





$A_b = l^2 = 7.2 \times 7,2 = 51.84$ (area base)

$V = A_b \cdot h = 51,84 \cdot 5,40 = 279,9360$ (volume prisma)

$i = \frac{1}{3}\, 7,2 = 2,4 =$ (ipotenusa)

$\overline{Ae} = i \times \text{sen}\, 45° = 2,4 \times 0,706 = 1,69$ (cateto $\overline{Ae}$)

$A_b \ \frac{Ae \times AB}{2} = \frac{1,694 \times 1,694}{2} = \frac{28561}{2} = 1,4280$ (area triangl ABe)

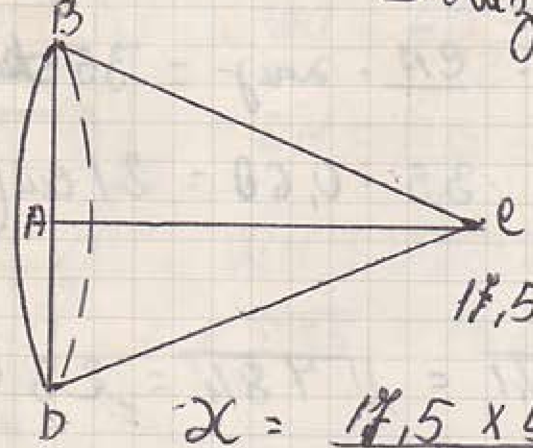
$V = A_b \cdot h = 1,434 \cdot 5,40 = 7,74360$ Volume

$V \cdot 4 = 7,74360 \times 4 =$ volume dei 4 triangoli

Problema

Determinare la superficie laterale di un cono conoscendo il raggio di base che è $\frac{3}{4}$ dell'altezza e la somma di questi due segmenti è di 17,5 cm. Immaginare poi tagliata la superficie laterale del cono lungo un lato (apotema) di questo e spiegata sopra un piano, determinare l'angolo al centro del settore circolare che così ne risulta.

Soluzione



dati $\begin{cases} AB = \frac{3}{4} AC \\ AB + AC = 17,5 \end{cases}$

$$17,5 : x = (4+3) : 4$$

$$x = \frac{17,5 \times 4}{7} = 7,5 \text{ cm} = \overline{AB}$$

$$\overline{AC} = 17,5 - 7,5 = 10 \text{ cm} = (\text{altezza cono})$$

$$Sl = \frac{2\pi r \cdot \overline{AC}}{2} = 3,14 \cdot 7,5 \cdot 10 = 235,5 \text{ cm}^2$$
(superf. laterale)

$$\overline{CB} \sqrt{7,5^2 + 10^2} = \sqrt{56,25 + 100} \; \sqrt{156,25} = 12,5 \text{ cm}$$

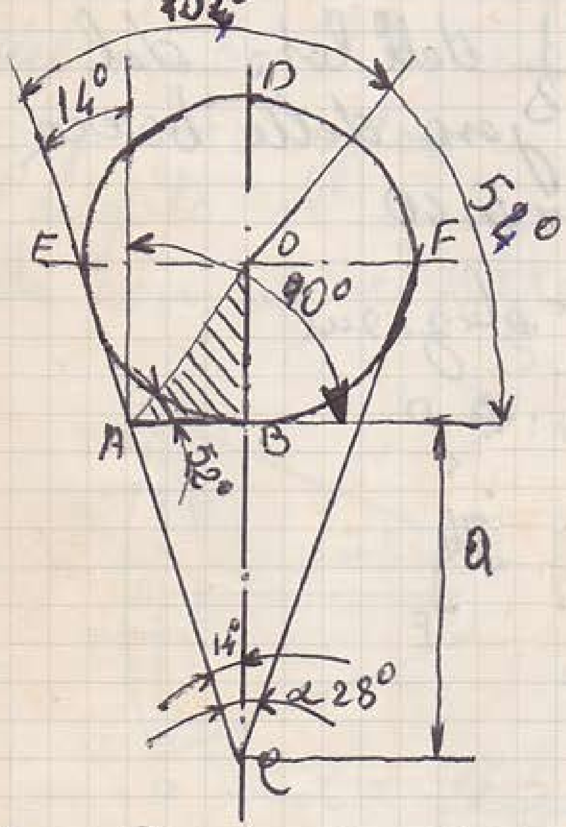
$$2\pi R : 360° = 2\pi r : n°$$

$$n° = \frac{360° \cdot 2\pi r}{2\pi R} = \frac{360° \cdot \cancel{7,5}^{1,5}}{\cancel{12,5}_{2,5}} = 216°$$

problema
Calcolare il diametro da assegnare al rullino di una filettatura di 28° avente la distanza a = 22 mm

Soluzione

dati $\begin{cases} \alpha = 28 \\ a = 22 \text{ mm} \end{cases}$



$\overline{AB} = \overline{BC} \cdot tg 14° = 22 \cdot 0,249 = 5,478$ mm

l'angolo $F\hat{A}B$ è tangente alla circonferenza quindi unendo il vertice A con il centro O divide l'angolo in due parti uguali

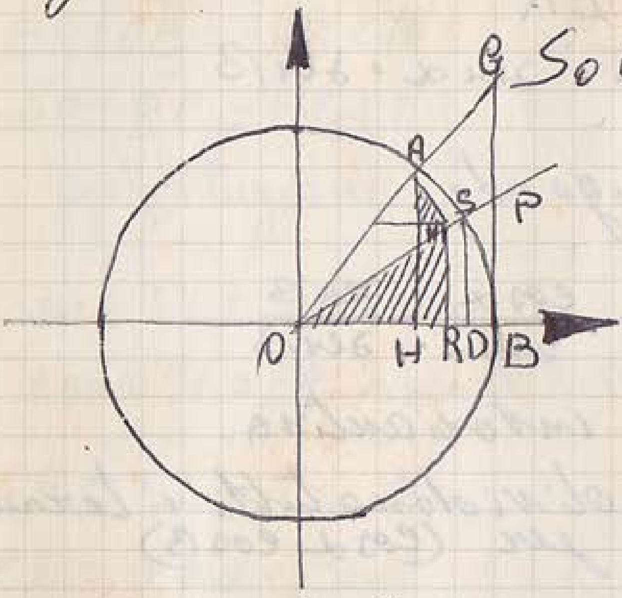
$\overline{OB} = \overline{AB} \cdot tg 52° = 5,478 \cdot 1,279 = 7,006$ = raggio

$\overline{FE} = OB \times 2 = 7,006 \cdot 2 = \underset{\text{(diametro)}}{14,012}$ mm

Problema

Trovare la tng 50° sommando le funzioni angolari di 30°+20°

Soluzione



$$CB = \operatorname{tng}(\alpha+\beta) = PC + PB$$

$$\operatorname{tng}(\alpha+\beta) = \frac{\dfrac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \cancel{\cos\beta}}{\cos\alpha \cdot \cancel{\cos\beta}} + \dfrac{\cancel{\cos\alpha} \cdot \operatorname{sen}\beta}{\cancel{\cos\alpha} \cdot \cos\beta}}{\dfrac{\cancel{\cos\alpha} \cdot \cancel{\cos\beta}}{\cancel{\cos\alpha} \cdot \cancel{\cos\beta}} - \dfrac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}}$$

$$\operatorname{tng}(\alpha+\beta) = \frac{\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} + \dfrac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\beta}}{1 - \dfrac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}}$$

$$\frac{\operatorname{sen}}{\cos} = \operatorname{tng}$$

$$\operatorname{tng}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tng}\alpha + \operatorname{tng}\beta}{1 - \operatorname{tng}\alpha \cdot \operatorname{tng}\beta}$$

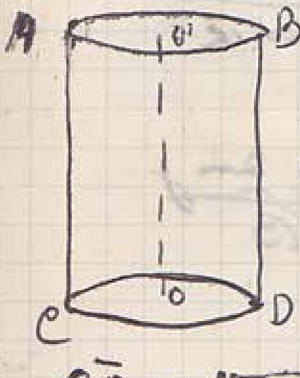
$$\operatorname{tng}(\alpha+\beta) = \frac{0{,}577 + 0{,}364}{1 - 0{,}364 \times 0{,}577} =$$

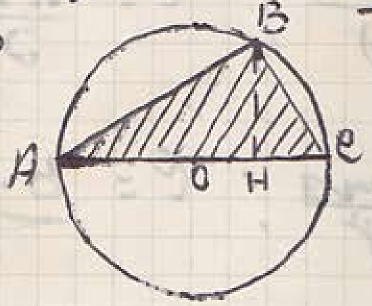
$$= \frac{0{,}914}{1 - 0{,}21008} = \frac{0{,}914000}{0{,}789972} = 1{,}911 = \operatorname{tng}(\alpha+\beta)$$

Problema

Da un pezzo cilindrico di ferro, delle dimenzioni: $l = 400$ mm $d = \frac{1}{4} l$, bisogna ricavare un prisma a base triangolare tale che il suo lato maggiore corrisponde alla massima corda della circonferenza di base sapendo che la proiezione di un cateto sulla base è 36 mm si trovi l'altezza e i due cateti del triangolo il peso del pezzo lavorato e quello materiale asportato

Soluzione





$\overline{OA} = 100 - 36 = 64$ mm

$\overline{BH} = \sqrt{64 \times 36} = 48$ (altezza)

$\overline{CB} = \sqrt{100 \times 36} = \sqrt{3600} = 60$ mm

$\overline{AB} = \sqrt{100^2 - 60^2} = \sqrt{10000 - 3600} = \sqrt{6400} = 80$ mm

} cateti

$A_b = \frac{\overline{AC} \times \overline{BH}}{2} = \frac{100 \times 48}{2} = \frac{4800}{2} = 2400$ mm² (area triangolo

$V_p = 2400 \cdot 400 = 960000$ mm³ (volume prisma)

Peso p $= 960000 \times 7.8 = 7{,}488000$ (peso prisma)

$V_{cilindro} = \pi r^2 \cdot h = 3.14 \cdot 2500 \cdot 400 = 3{,}140000$ dm³ (volume cilindro)

Peso del cilindro) $= 3{,}14 \cdot 7{,}8 = 24{,}492$ kg (espresso in dm)

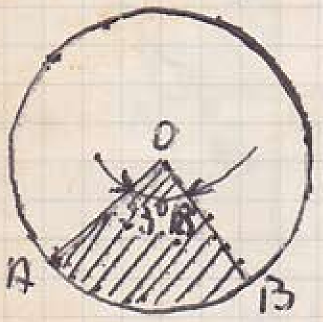
Peso materiale asportato ($24{,}492 - 7{,}488 = 17{,}004$ Kg

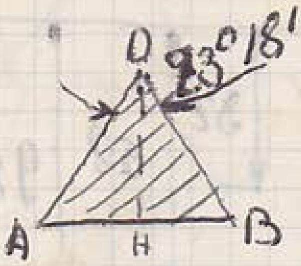
Problema

Calcolare l'area di un triangolo isoscele e quello del settore circolare di cui l'angolo al centro è di 23°18' in un cerchio avente il raggio uguale a 3 cm

Soluzione

$$A_s = \frac{\pi r^2 \times n^\circ}{360^\circ} = \frac{3,14 \cdot 3^2 \cdot 23^\circ 18' \times 60}{360 \times 60'} = \frac{234236}{21600} = 1,829$$ (area settore)





$$\frac{\overline{AB}}{\operatorname{sen} 23^\circ 18'} = 2R$$

$\overline{AB} = \operatorname{sen} 23^\circ 18' \times D = 0,393 \times 6 = 2,358$ cm

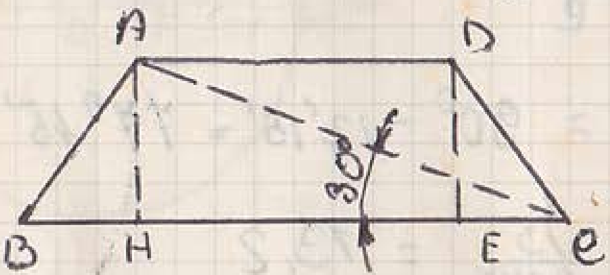
$\overline{HB} = \overline{OB} \times \operatorname{sen} 11^\circ 56' = 3 \times 0,206$

Problema

Di un trapezio isoscile conosciamo la proiezione del cateto obliquo sull'ipotenusa 10 cm la base minore che è cm 30 l'angolo $B\hat{C}A$ che è 30°. Trovare l'area e il perimetro

Soluzione

dati $\begin{cases} \overline{EC} = 10 \text{ cm} \\ \overline{AD} = 30 \text{ cm} \\ B\hat{C}A = 30^\circ \end{cases}$



$\overline{HC} = \overline{AD} + \overline{EC} = 30 + 10 = 40 \text{ cm}$

$\overline{AH} = HC \cdot tg\,\alpha = 40 \cdot 0,577 = 23,040 \text{ cm}$

$\overline{BC} = \overline{AD} + (2 \cdot \overline{EC}) = 30 + 20 = 50 \text{ cm}$

$DC = \sqrt{10^2 + 23^2} = \sqrt{100 + 529} = \sqrt{629} = 25 \text{ cm}$

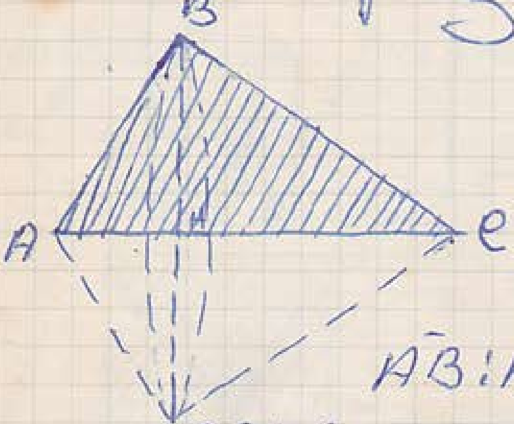
$P = (2\overline{DC}) + BC + AD = 50 + 30 + 50 = 130 \text{ cm}$

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h = \frac{50 + 30}{2} \times 23 =$$

$$= \frac{\overset{40}{\cancel{80}} \cdot 23}{\cancel{2}} = 920 \text{ cm}^2.$$

Calcolare la superficie ed il volume del solido che si ottiene facendo ruotare un triangolo rettangolo alla ipotenusa sapendo che il cateto maggiore è 16 dm ed il rapporto tra l'altro cateto e l'ipotenusa è $\frac{3}{5}$.

Soluzione



$$\text{dati} \begin{cases} \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \\ BC = 16 \text{ dm} \end{cases}$$

$AB : AC = 3 : 5$ {si applica la proprietà dell'~~...~~ invertendo

$= AC : AB = 5 : 3 =$

$= AC^2 : AB^2 = 5^2 : 3^2 =$

$= (AC^2 - AB^2) : AC^2 = (5^2 - 3^2) : 5^2 =$

$= 16^2 : AB^2 = 16 : 25$

$AC = \sqrt{\frac{16^8 \times 25}{16}} = \sqrt{400} = 20$ dm (ipotenusa)

$(AC^2 - AB^2) : AB^2 = (5^2 - 3^2) : 3$

$16^2 : AB^2 = 16 : 9$ $AB = \sqrt{\frac{16^2 \cdot 9}{16}} = \sqrt{144} = 12$ (cateto)

$AH : AB = AB : AC$

$AH = \frac{12^2}{AC} = \frac{144}{20} = 7{,}2$ dm (proiezione cateto AB)

$AH : BH = BH : HC$ $HC = \sqrt{7{,}2 \times 12{,}8} = \sqrt{92{,}16} = 9{,}6$

$Sl = \pi r . a =$

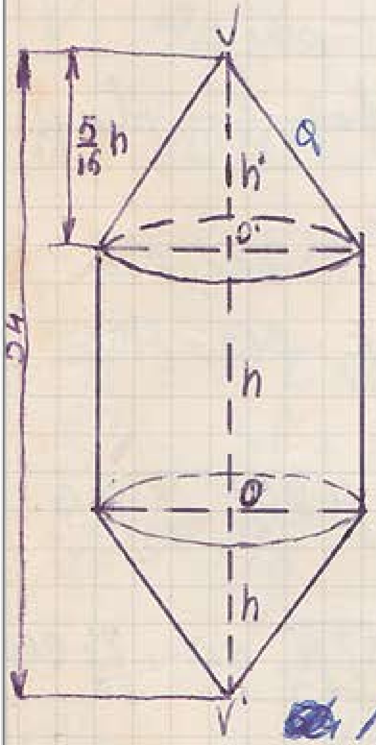
$St = Sl + Ab$

Probblema

Un solido metallico è formato da un cilindro con il raggio della base dm 7 e da due coni coassiali uguali situati da parte opposta rispetto al cilindro la distanza fra i vertici dei due coni è di dm 54 e l'altezza 33,2 di ciascuno di essi è $\frac{5}{16}$ di quello del 33,2 cilindro sapendo che il suo peso specifico è 5,5 Kg dm3 che il suo peso è di Kg 9267. Calcolare la superficie di tutto il solido

Soluzione

dati $\begin{cases} VV' = 54 \text{ dm} \\ VO' = h' = \frac{5}{16} h \end{cases}$



$$54 = h' + h + h$$

$$h' = \frac{5}{16} h$$

$$54 = \frac{5}{16} h + h + \frac{5}{16} h = \frac{10}{16} h + h =$$

$$= \frac{5}{8} h + h = 54$$

$$54 = \frac{5}{8} h + 1h = \frac{13}{8} h$$

$$h = \frac{54}{\frac{13}{8}} = 54 \times \frac{8}{13} = \frac{54 \times 8}{13} = \frac{432}{13} = 33{,}2$$

$$h' = \frac{54 - 33{,}2}{2} = 10{,}38 \text{ dm}$$

$$C = 2\pi r = 6{,}28 \times 7 = 43{,}96$$

$$Sl.cil = 2\pi r \cdot h = 43{,}96 \cdot 33{,}2 = 1459{,}472 \text{ dm}^2$$

$$a = \sqrt{7^2 + 10{,}38^2} = \sqrt{49 + 106{,}09} = \sqrt{155{,}05} = 12{,}5 \text{ dm}$$

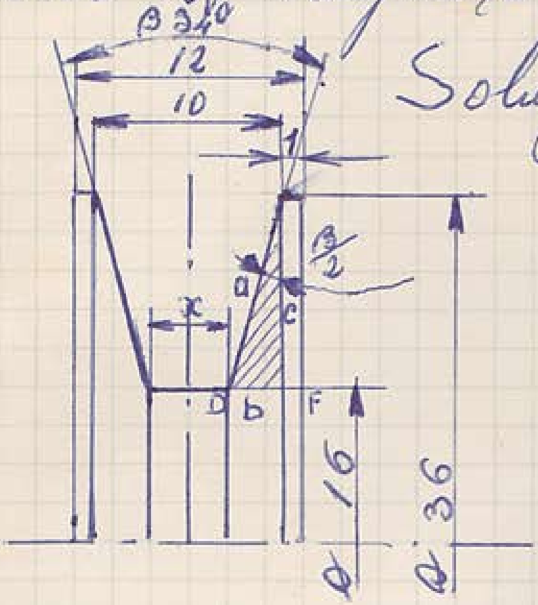
$Sl.con = 2\pi r \times h = = 43{,}96 \times 12{,}5 = 549{,}5$ (Superficie totale 2 coni)

$(1462{,}7925 + 549 = 20{,}08 \text{ dm}^2)$

Superficie di tutto il solido

Problema

Calcolare la larghezza della ~~diametro~~ circonferenza interna di una pulegia, avente per dimenzioni il diametro esterno di mm 36 il diametro interno di 16 mm l'angolo β 34° lo spessore di 12 mm



Soluzione

$b = c \cdot \operatorname{sen} \frac{\beta}{2}$

$c = \frac{36-16}{2} = \frac{20}{2} = 10$ mm

$b = 10 \cdot \operatorname{sen} 17^\circ = 10 \cdot 0{,}292 = 2{,}92$

$\overline{DF} = b + 1 = 2{,}92 + 1 = 3{,}92$

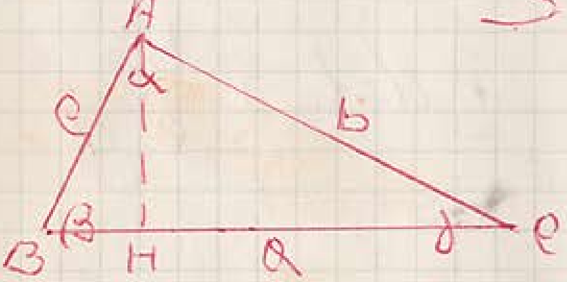
$x = 12 - (2 \cdot FD) = 12 - 7{,}84 = 4{,}16$ mm

Problema

X

Le proiezioni dei cateti in un triangolo rettangolo sono di cm 12 e cm 8
Calcolare i due cateti, e gli angoli orientati all'ipotenusa

Soluzione



$\overline{AH} = \sqrt{BH \cdot HC} = \sqrt{12 \cdot 8} = 9{,}7$ cm

$\overline{AH} = HC \cdot tg\gamma$

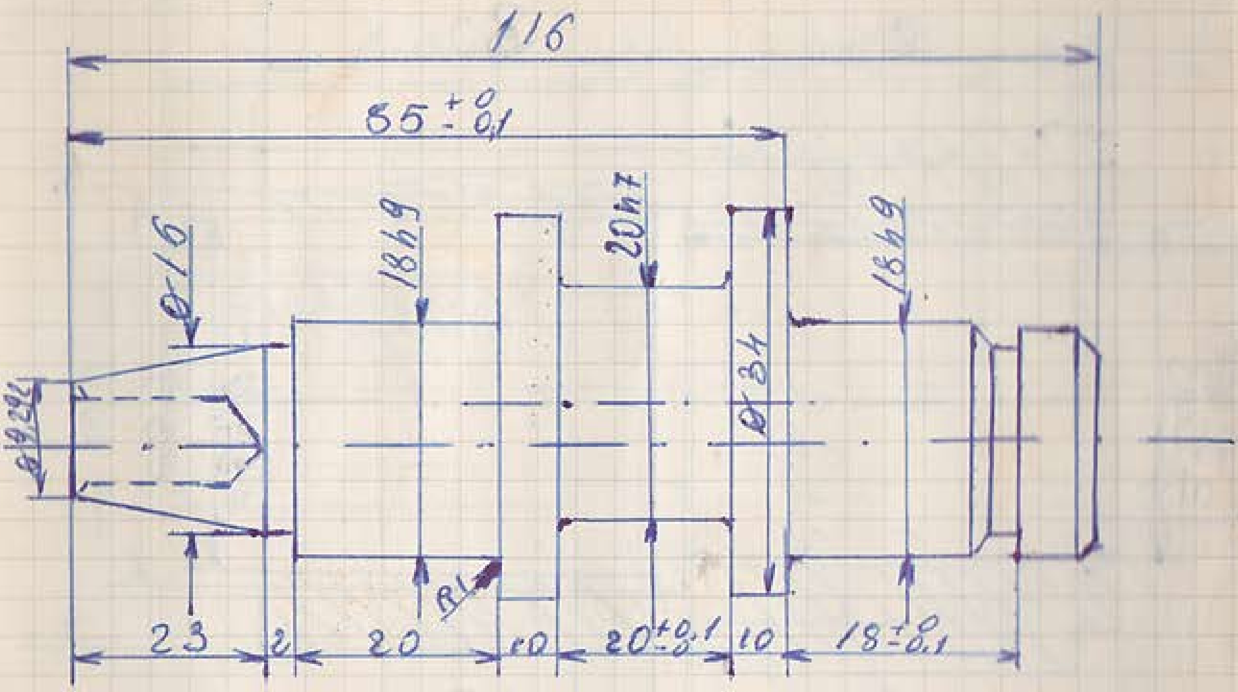
$tg\gamma = \frac{\overline{AH}}{HC} = \frac{9{,}7}{12} = 0.8053 = 39^0$

$\beta = \alpha - \gamma = 90^0 - 39^0 = 51^0$

$tg\,51^0 = 1{,}235$

$c = a \cdot sen\,\gamma = 20 \cdot 0{,}63630 = 12$

$b = a \cdot sen\,\beta = 20 \cdot 0{,}77144 = 15$

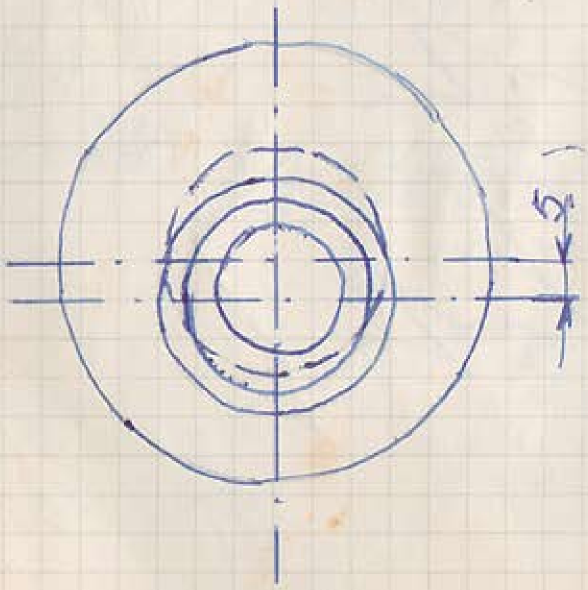


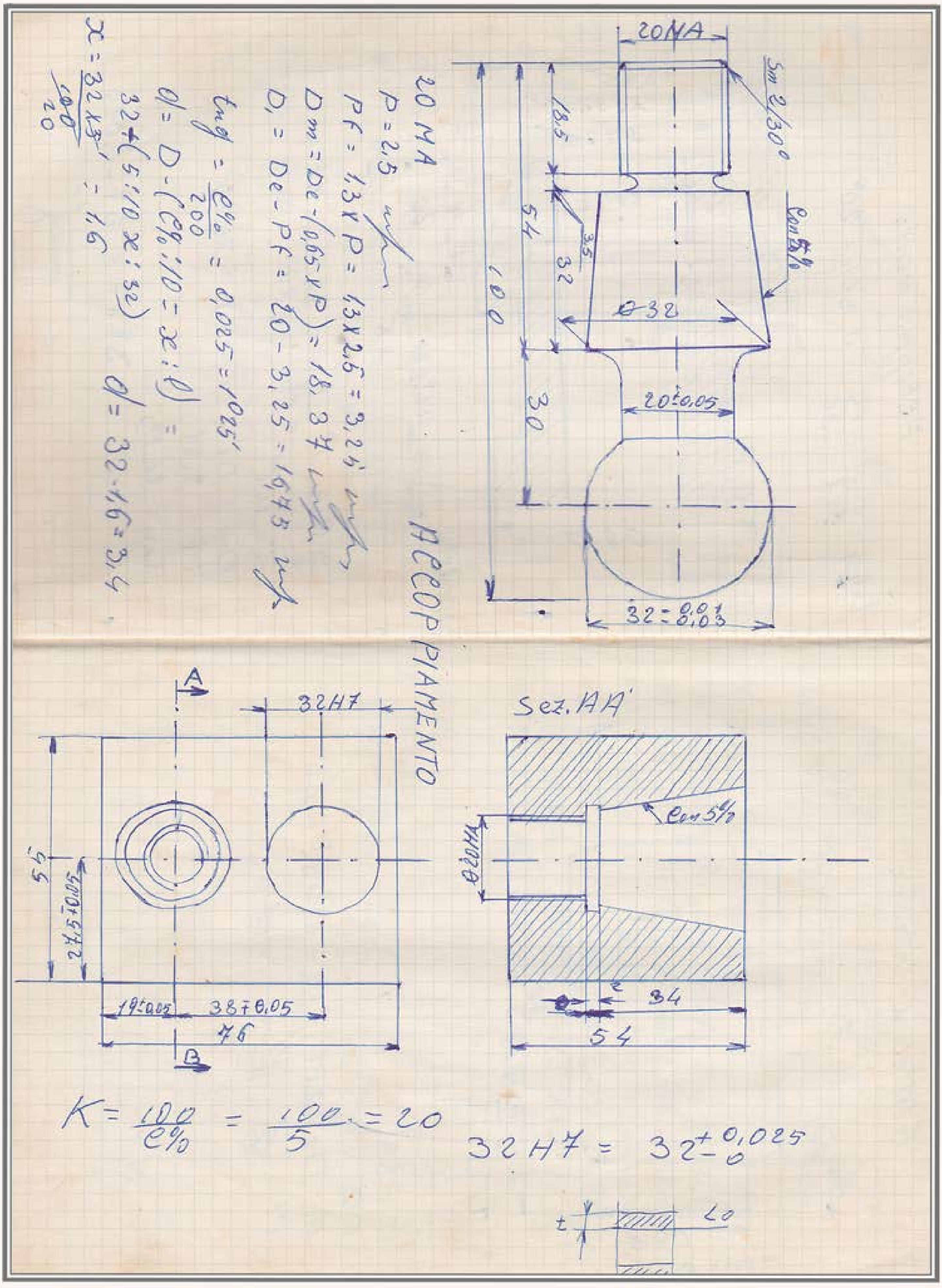
$$18h9 = 18^{+0}_{-0{,}043}$$

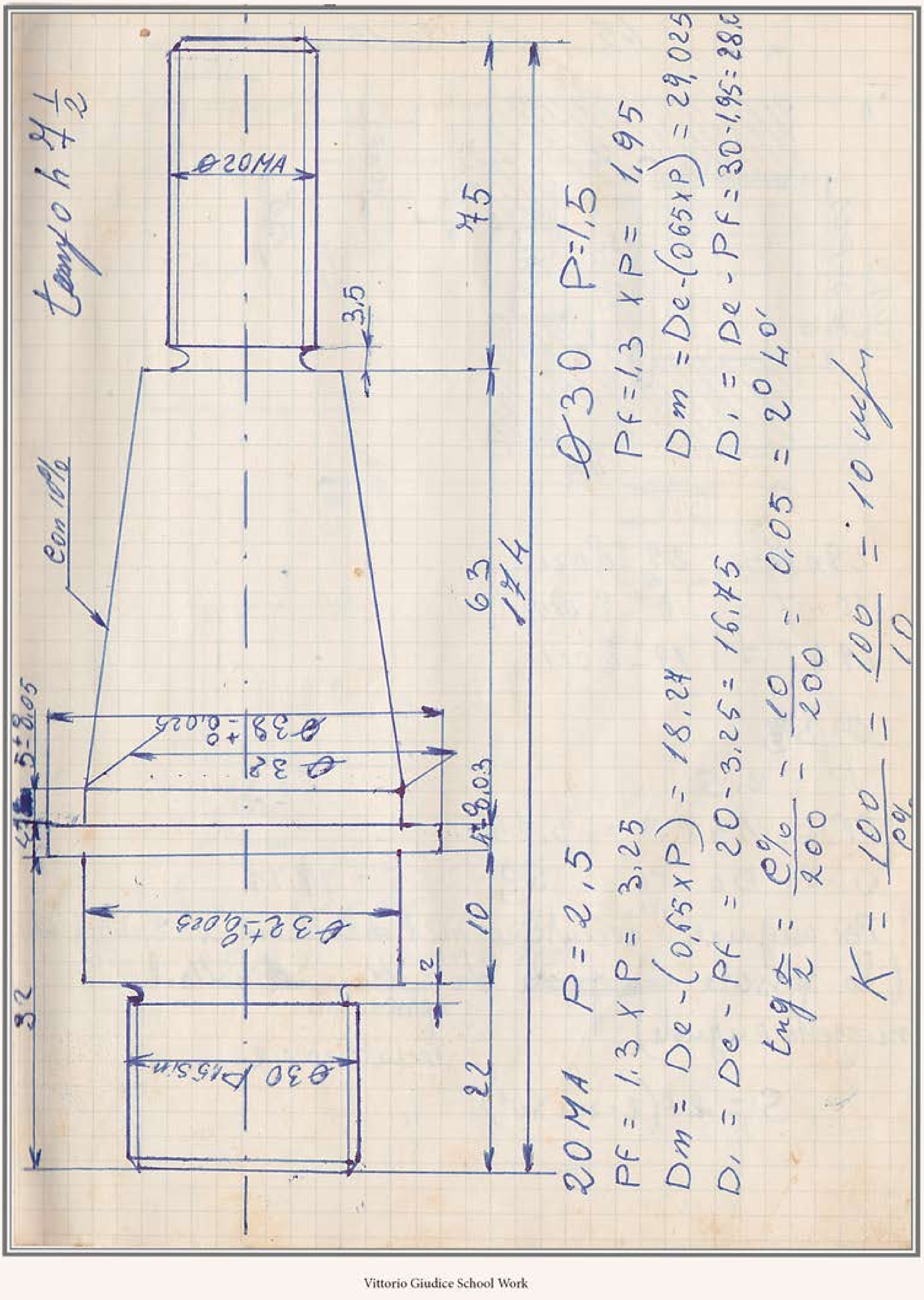
$$2h7 = 20^{+0}_{-0{,}021}$$

$$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{2l} = \frac{16-9{,}292}{2 \times 23} =$$

$$= \frac{6{,}708}{46} = 0{,}145 = 8^{\circ}20'$$

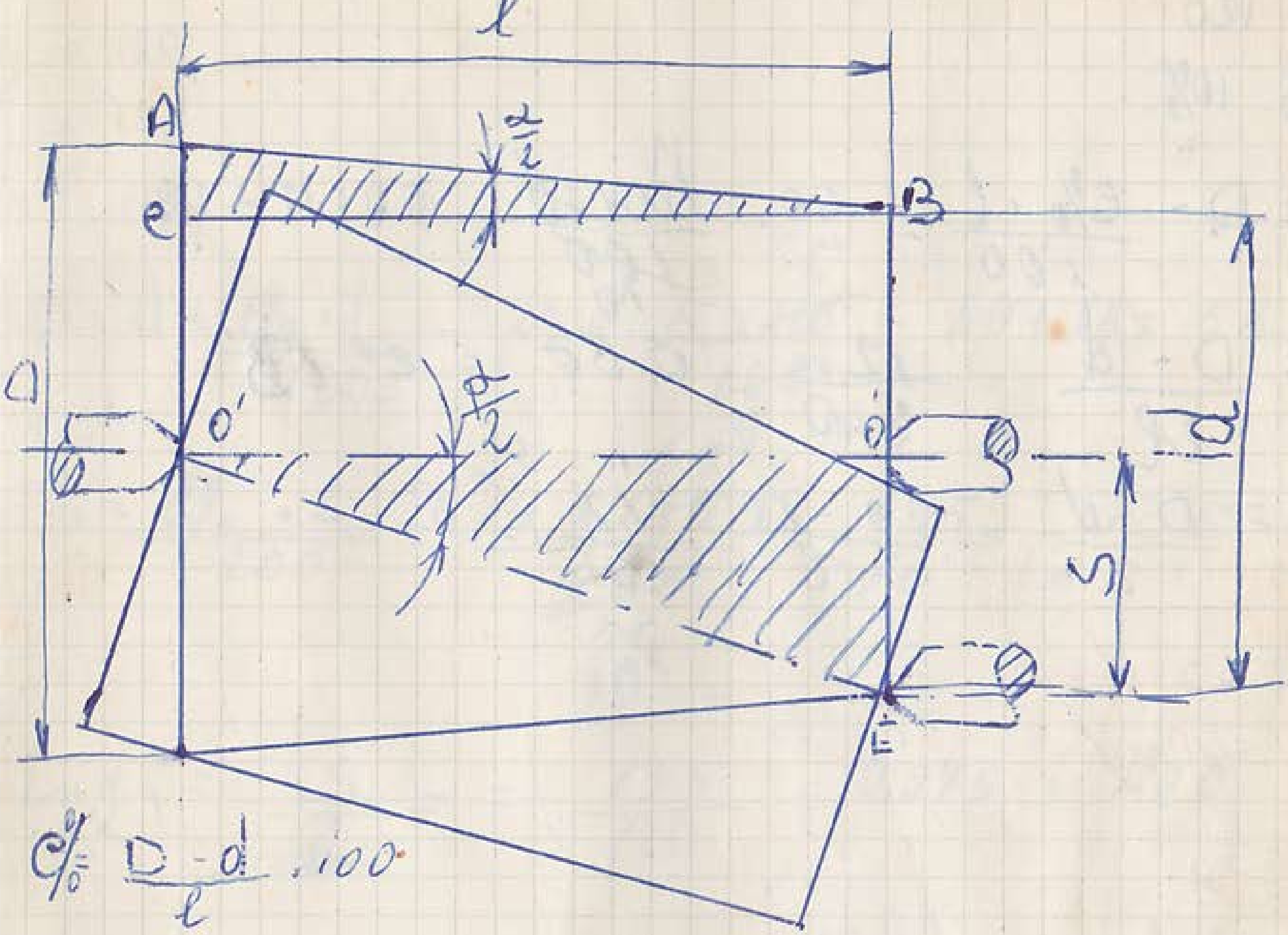



ACCOPPIAMENTO
20 MA
P = 2,5 mm
Pf = 1,3 x P = 1,3 x 2,5 = 3,25 mm
D1 = De - Pf = 20 - 3,25 = 16,75 mm
Sez. AA'
32H7
Con 5%
19±0,05
38±0,05
76
54
34
K = 100/C% = 100/5 = 20
32H7 = 32 +0,025 -0


Tempo h 1 1/2
Ø20MA
45
3,5
con 10%
63
174
Ø38 +0 -0,025
Ø32
5+0,05
Ø32 +0 -0,025
10
2
22
32
Ø30 P1,5 sin
20MA P=2,5
Pf = 1,3 x P = 3,25
Dm = De - (0,65xP) = 18,27
D1 = De - Pf = 20 - 3,25 = 16,75
tg α/2 = C%/200 = 10/200 = 0,05 = 2°40'
K = 100/C% = 100/10 = 10 mm
Ø30 P=1,5
Pf = 1,3 x P = 1,95
Dm = De - (0,65xP) = 29,025
D1 = De - Pf = 30 - 1,95 = 28,05

C O

Conicità



$$C\% = \frac{D-d}{l} \cdot 100$$

$$\overline{Ae} = \overline{eB} \times tg\,\frac{\alpha}{2}$$

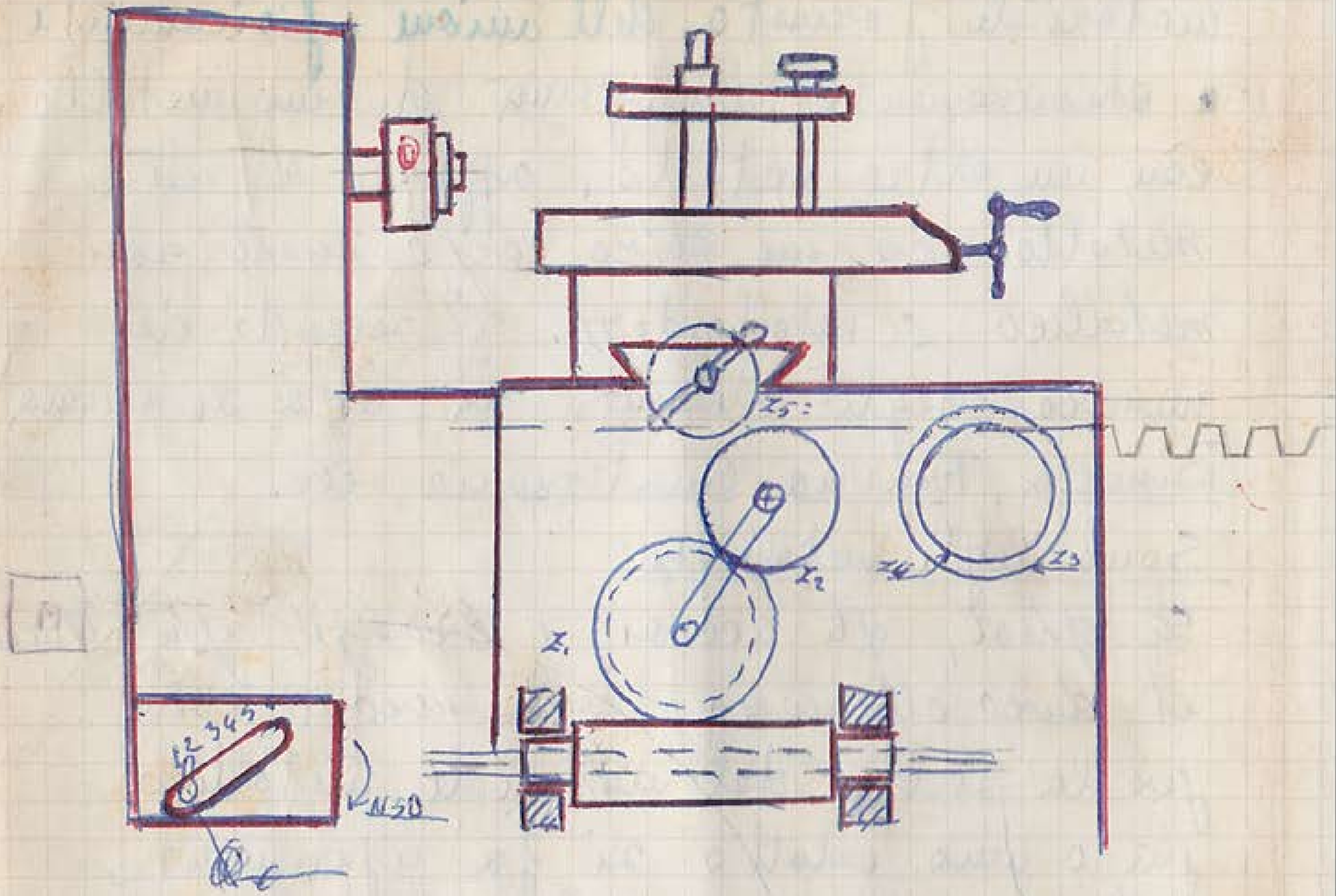
$$tg\,\frac{\alpha}{2} = \frac{C\%}{200} = \frac{D-d}{2l}$$

$$\frac{\overline{Ae}}{\overline{eB}} = \frac{\overline{O'E}}{\overline{OO'}} \; ; \quad \overline{eB} = \overline{OO'} \; ; \quad \overline{Ae} = \overline{OE}$$

$$s = \frac{D-d}{2}$$

$S =$

$13.5 \; L \; \frac{120}{0,1}$



$Z_1 = 40$

$Z_2 = 25$

$Z_3 = 30$

$Z_4 = 20$

$Z_5 = 15$

$$N_4 = N \cdot \frac{1}{\cancel{Z_1}} \cdot \frac{\cancel{Z_1}}{\cancel{Z_2}} \cdot \frac{\cancel{Z_2}}{Z_4} = N \cdot \frac{1}{Z_4}$$

$$N_4 = N \cdot \frac{1}{Z_4} = 50 \cdot \frac{1}{20} = 2{,}5$$